

**ARBEITSBERICHT  
PROZESS- UND PRODUKT-  
ENGINEERING:**

# Optimierung eines Vertrages zum variablen Strombezug

. Arbeitsbericht Prozeß- und Produkt-Engineering 2007/9

Dr. Hans Vollbrecht  
Forschungszentrum PPE an der FH Vorarlberg

## Abstract

Im Rahmen des FHPlus Kooperationsprojektes PortMaSt mit der VKW wurde im Frühjahr 2006 ein Optimierungsproblem für einen Vertrag zum variablen Strombezug modelliert und der Vertrag mit stochastischer Optimierung bewertet. Dabei wurde eine größere Anzahl Preisszenarien für den in der Zukunft liegenden Vertragszeitraum mit einem stochastischen Modell simuliert und das Optimierungsproblem auf diesem Szenariobüschel gelöst. Es wurden drei Untersuchungsreihen durchgeführt. In der ersten wurde jedes Szenario unabhängig optimiert. Der Mittelwert dieser empirischen Verteilung des optimalen Vertragseinsatzes wurde mit der Lösung des deterministischen Vertragseinsatzes auf der Zeitreihe der über alle Szenarien gemittelten Strompreise verglichen, um den sogenannten Wert perfekter Information zu schätzen in Abhängigkeit des Vertragsvolumens. Das Vertragsvolumen bestimmt dabei, welche Variabilität beim täglichen Vertragseinsatz besteht. In der zweiten Untersuchungsreihe wurden szenarienübergreifende Nebenbedingungen eingeführt, die die Vertragseinsatz-, also Strombezugsmenge eines festen Zeithorizontes als gleich für alle Szenarien einschränken sollte. Dies wurde jeweils für die Zeithorizonte Tag, Woche, Monat und Quartal optimiert. In einer dritten Untersuchungsreihe wurden die Strombezugsmengen dieser Zeithorizonte aus der Lösung des deterministischen Vertragseinsatzes genommen und als Nebenbedingungen auf dem stochastischen Optimierungsproblem eingeführt. Ziel dieser Untersuchungen war es, eine Idee davon zu bekommen, wie eine Szenariobaumstruktur statt eines Szenariobüschels die Optimierungsergebnisse beeinflussen kann. Es hat sich dabei gezeigt, daß für die Nebenbedingungen im Bereich Woche bis Monat bei der zweiten und dritten Untersuchungsreihe kaum Einbußen gegenüber der oberen Gewinngrenze, gegeben durch die uneingeschränkte Optimierung auf dem Szenariobüschel, zu sehen sind. Dadurch kann eine Methode definiert werden, die optimierungsaufgabenspezifisch (hier für sogenannte Swing-Optionen) Zeitskala und Struktur der Baumverzweigungen findet, die die Komplexität des Baumes drastisch reduziert ohne nennenswerte Approximationsverluste mit sich zu bringen.

# 1 Einführung

Bei Optimierungsproblemen in der Energiewirtschaft, bei denen der Stromhandel auf die Zielfunktion direkt oder indirekt einen Einfluß hat, ist das stochastische Modell des Strompreises an der Strombörse (z.B. an der EEX) die entscheidende Komponente für zuverlässige Bewertungen von Gewinnerwartung und Risikoeinschätzung. Dies ist bedingt durch die Liberalisierung des Strommarktes, wodurch jede wirtschaftliche Bewertung direkt in den Börsenwert des gehandelten Produktes umgerechnet wird. Dementsprechend ist die Frage geeigneter stochastischer Optimierungsmodelle und –lösungsverfahren eng an die Frage gebunden, wie der stochastische Prozeß des Strompreises modelliert werden soll. Von Natur aus zeit- und wert-diskret, kann dieser Prozeß als ein Szenariobaum modelliert werden, mit Wahrscheinlichkeiten für jeden Ast einer Verzweigung. Eine wichtige Frage dabei ist, wie man zu diesem Szenariobaum des Strompreises kommt. Während eine Richtung der Verfahren auf der Baumkonstruktion aus analytischen Verteilungsmodellen, meistens auf der Basis allgemeiner Verteilungsannahmen aus der Finanzmathematik, beruht, wobei wie etwa in [1] diese Verteilung einem angepaßten Pilipovic-Modell folgt und die Baumkonstruktion eine obere und untere Abschätzung der Value-Function des stochastischen Optimierungsproblems anstrebt, folgt eine andere Richtung der Verfahren einer Baumreduktionstechnik[2], wobei in [3] etwa von einer simulierten Szenarienmenge ausgegangen wird. Diese Szenarienmenge (im Folgenden Szenariobüschel genannt) kann wie in [3], aus einem stochastischen Modell der Ausreißer und der Tagesmittelwerte der Strompreise, geschätzt an den historischen Börsenwerten, und aus den nach Tagestypen gecluster-ten empirischen, tagesmittelbereinigten Residuen der Tagesprofile durch Simulation und Sampling erzeugt werden. Oder das Szenariobüschel wird simuliert aus einem wie in dieser Arbeit vorgestellten, [4] folgenden Strompreismodell, in dem neben den deterministischen Anteilen des Trends und der saisonalen, periodischen Profile auch die stochastischen Anteile der Ausreißer und der Residuen der Tagesprofile durch Simulation aus geeigneten Modellen erzeugt werden, wobei die Residuen mit einem ARMA-Modell geschätzt und simuliert werden, and all diese Anteile anschließend multiplikativ verknüpft werden. Folgt man diesen Verfahren, die Szenariobüschel durch Simulation generieren, wird schließlich aus dem Szenariobüschel durch ein Reduktionsverfahren ein Szenariobaum erzeugt, unter Kontrolle der Approximationsgüte auf der Basis eines geeigneten Abstandsmaßes von Verteilungen [2]. In Abbildung 1.1 ist ein Beispiel einer Baumreduktion aus einem Szenariobüschel dargestellt.

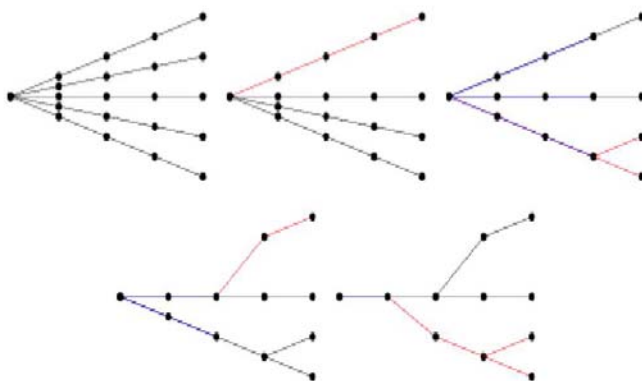


Abbildung 1.1: Beispiel einer Baumreduktion aus dem Büschel links oben (aus [3])

In diesem zweiten Typ von Verfahren ist neben der Entscheidung über die Anzahl der simulierten Szenarien die wichtigste Entscheidung die über Struktur und Grad der Reduktion: Zeitskala und Grad der Baumverzweigung. Obwohl diese im Verfahren von [2] nur auf einem Abstandsmaß allein von Verteilungen beruhen, also anwendungsunabhängig sind, wäre es angebracht, diese Entscheidungen abhängig vom jeweiligen Optimierungsproblem zu treffen, da es letztendlich um die Genauigkeit des Optimierungsergebnisses geht. Bei zu großem/komplexem Baum kommt man bekanntlich schnell an Berechenbarkeitsgrenzen. Es ist also sinnvoll, Methoden zu definieren, die die Struktur und den Grad der Reduktion von Szenariobäumen aus Szenariobüscheln bestimmen helfen, und zwar in Abhängigkeit des speziellen Optimierungsproblems. Die in diesem Bericht beschriebene Arbeit folgt der Idee, den sogenannten Wert perfekter Information über die Zukunft zu bestimmen, wie er bei einer Optimierung über ein Szenariobüschel errechnet werden kann, bei dem für  $t > 0$  keine Verzweigungen mehr vorkommen: der Optimierungsalgorithmus kennt schon zu  $t=1$  den ganzen zukünftigen Verlauf. Im speziellen Optimierungsproblem dieser Arbeit, vom Typ einer Swing Option [5], wird dieser Wert dann weiter strukturiert

1. in seiner Abhängigkeit vom Gesamtvolumen der Option, und
2. in seiner Abhängigkeit von Zeithorizonten, innerhalb derer die Variabilität bei der Optimierung des Optionseinsatzes in spezifischen Szenarien möglich ist; dies wird bestimmt durch für alle Szenarien gleichen Nebenbedingungen auf der Einsatzmenge innerhalb der Perioden des jeweiligen Zeithorizontes.

Die erste Abhängigkeit sollte aus den errechneten Werten der perfekten Information bestimmen helfen können, wie groß die Spanne überhaupt ist, innerhalb der die stochastische Optimierung eine Verbesserung bringt auf irgendeinem aus dem Szenariobüschel reduzierten Baum. Die quantitative Bewertung der zweiten, wichtigeren Abhängigkeit hilft, die Zeitskala (Tage, Wochen, Monate, Quartale?) und Struktur (ein Baum, eine Sequenz mehrerer Bäume?) des aus dem Büschel erzeugten Baumes zu bestimmen.

Um diese Abhängigkeiten zu bestimmen, wurden an einem in Kapitel 2 beschriebenen Beispiel einer Vertragsbewertung für variablen Strombezug drei Untersuchungsreihen durchgeführt. Dazu wurden zunächst nach einem in Kapitel 3 beschriebenen Strompreismodell eine größere Menge (1000) von Szenarien simuliert. Darauf wurden dann folgende Optimierungen durchgeführt:

*Reihe 1:* Jedes Szenario wird unabhängig optimiert. Der Mittelwert dieser empirischen Verteilung des optimalen Vertragseinsatzes wird mit der Lösung des deterministischen Vertragseinsatzes auf der Zeitreihe der über alle Szenarien gemittelten Strompreise verglichen, um den sogenannten Wert perfekter Information zu schätzen in Abhängigkeit des Vertragsvolumens. Das Vertragsvolumen bestimmt dabei, welche Variabilitäten beim täglichen Vertragseinsatz bestehen.

*Reihe 2:* Es werden szenarienübergreifende Nebenbedingungen eingeführt, die die Vertragseinsatz-, also Strombezugsmenge eines festen Zeithorizontes als gleich für alle Szenarien einschränken sollte. Dies wird jeweils für die Zeithorizonte Tag, Woche, Monat und Quartal optimiert, und der Mittelwert der empirischen Verteilung des optimalen Vertragseinsatzes mit den in Reihe 1 ermittelten Werten verglichen.

*Reihe 3:* die Strombezugsmengen der Zeithorizonte von Reihe 2 werden aus der Lösung des deterministischen Vertragseinsatzes aus Reihe 1 genommen und als Nebenbedingungen auf der Optimierung des Szenariobüschels eingeführt.

Diese Untersuchungsreihen werden im Detail in Kapitel 4 beschrieben, und deren Resultate in Kapitel 5 angegeben und diskutiert. In Kapitel 6 wird schließlich eine aus diesen Ergebnissen

abgeleitete Methode vorgeschlagen, die optimierungsaufgabenspezifisch (hier für sogenannte Swing-Optionen) Zeitskala und Struktur der Baumverzweigungen findet, die die Komplexität des Baumes drastisch reduziert ohne nennenswerte Approximationsverluste mit sich zu bringen.

## 2 Das Optimierungsproblem

Das FH-Plus Kooperationsprojektes PortMaSt (Portfolio-Management für Stromversorger) hat unter anderem das Ziel, geeignete Verfahren zur stochastischen Optimierung auszuwählen und zu bewerten. In diesem Rahmen hat der Kooperationspartner Vorarlberger Kraftwerke Ende 2005 ein Optimierungsproblem als Einstiegsaufgabe formuliert. Dieses Optimierungsproblem kann folgendermaßen beschrieben werden.

### 2.1 der Bezugsvertrag

Es soll ein Vertrag über Bezugsrechte bei einem Stromerzeuger bewertet werden. Diese Bewertung basiert auf einem optimalen Einsatz an der EEX Strombörse am Spotmarkt<sup>1</sup>. Der Wert eines Einsatzes einer bestimmten Stunde wird interpretiert als der gehandelte Preis des Einsatzes zu derselben Stunde am EEX Spotmarkt. Die Optimierung dieser Bewertung ist optimistisch, da am Spotmarkt ein Händler am Vortag die Menge zum Bezug/Verkauf von Strom festlegen muß, also zu einem Zeitpunkt, an dem der tatsächliche Strompreis noch nicht feststeht, da dieser erst durch Auktion am Tag danach bestimmt wird. Der Bezugsvertrag definiert Bezugsrechte für variablen Bezug von Energie bei einem Erzeuger mit gewissen Einschränkungen:

- Vertragsdauer (Bezugsperiode)  $T_V$ : 1.7.2006-31.12.2006 (2 Quartale)
- Gesamtvolumen  $V$ : 50 GWh 1. Quartal (Q1), 190 GWh 2. Quartal (Q2)
- Einschränkungen:
  - a) Energiemengen pro Stunde: Q1 0-90 MW , Q2 25-145 MW
  - b) Ratches: Bezugsänderungen maximal 60 MW pro Stunde

Das Problem kann als sogenannte Swing-Option gesehen werden [5]. Dabei hat der Vertragsinhaber die Möglichkeit, sein Risiko am Spotmarkt, bedingt z.B. durch stochastische Stromlast, zu „hedgen“ mit flexiblen Einsatzprofilen der Swing-Option, während andere Hedging-Instrumente wie Futures unflexibel sind und nur einen konstanten Einsatz im Peak- oder Off-Peak-Bereich der gehandelten Periode zulassen. Allgemeine Swing-Optionen können auch zeitliche Einschränkungen definieren, wie eine Mindestperiode zwischen zwei aufeinanderfolgenden „Swings“ (Einsatzänderungen) [6]. Dies ist im vorliegenden Vertrag nicht der Fall. In Abbildung 2.1 ist als Beispiel ein Ausschnitt aus einer optimalen Lösung für ein simuliertes Preisszenario (wie in Kapitel 3 beschrieben) angegeben.

---

<sup>1</sup> EEX: Europäische Strombörse in Leipzig. Informationen: [www.eex.de](http://www.eex.de)

Spotmarktpreise und Vertragseinsatz: Beispiel 1. Woche von Quartal 1

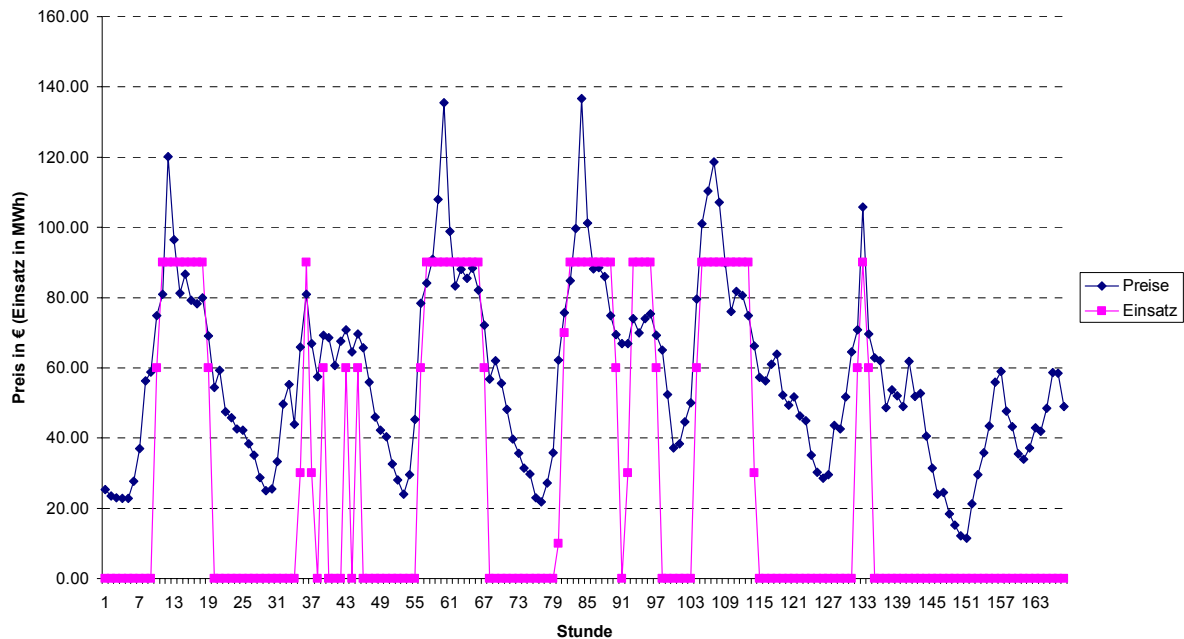


Abbildung 2.1: Beispiel einer optimalen Lösung eines Szenarios (Ausschnitt)

## 2.2 das Optimierungsproblem

Die Optimierung dieses Vertrages ist als stochastische Optimierung durchzuführen [7]. Dabei muß berücksichtigt werden, daß der Händler zu einem gegebenen Zeitpunkt  $T$  den Bezug definieren wird abhängig davon, was für ein Verlauf des zukünftigen Strompreises zu erwarten ist und welches Restvolumen der Vertrag zu  $T$  noch bietet, was beides wiederum davon abhängt, wie der bisherige Strompreis verlaufen ist. Mit anderen Worten, die optimale Bezugsmenge hängt zur Zeit  $T$  ( $T$  momentane Stunde seit Vertragsbeginn) ab vom

beobachteten Strompreisverlauf  $\mathbf{s}(T) = (s_0, s_1, \dots, s_T)$ ,

eingesetzten Vertragsvolumen  $vol(T) = \sum_{t=0..T} e_t$ ,  $e_t$  Einsatz zur Stunde  $t$ . (1)

Es ist bekannt, daß der optimale Vertragswert  $W_{det}$  bei Berechnung auf Basis eines einzigen Szenarios mit dem Strompreismittelwert (die deterministische Optimierungslösung, auch „expected value solution“ genannt) unter dem optimalen Vertragswert  $W_{stoch}$  liegt, der durch stochastische Optimierung ermittelt wurde [7]. Letzterer berechnet sich als Mittelwert über alle möglichen Szenarien  $\mathbf{s}(T_V)$ , die jede für sich mit optimalen Einsätzen versehen werden, unter der Einschränkung, daß zu einem Zeitpunkt  $T$  bei zwei Szenarien  $\mathbf{s} \neq \mathbf{s}'$ , für die aber  $\mathbf{s}(T) = \mathbf{s}'(T)$  gilt, der Einsatz  $e_T$  für beide gleich sein muß (Nicht-Antizipativität der Entscheidungsgrundlage).

Gesucht ist also eine optimale

Einsatzstrategie  $\mathbf{e}$ :  $e_T = \mathbf{e}(\mathbf{s}(T))$ ,  $0 \leq T < T_V$ ,

die in funktionaler Abhängigkeit vom beobachteten bisherigen Strompreisverlauf  $\mathbf{s}(T)$  eine Einsatzmenge  $e_T$  bestimmt, so daß der erwartete Einsatzerlös

$$W_{stoch} = E\left(\sum_{t=0..T_y} s_t \cdot e_t\right) \quad (2)$$

unter den Nebenbedingungen

$$N1: 0 \leq \mathbf{e}_t \leq 90 \quad \forall_{t \in Q1} \quad \text{und} \quad 25 \leq \mathbf{e}_t \leq 145 \quad \forall_{t \in Q2}$$

$$N2: |\mathbf{e}_t - \mathbf{e}_{t-1}| \leq 60 \quad \forall_{t > 0}$$

$$N3: \sum_{t \in Q1} e_t \leq 50000 \quad \text{und} \quad \sum_{t \in Q2} e_t \leq 190000$$

maximal ist, wobei der Erwartungswert über den stochastischen Preisprozeß ( $\mathbf{S}_t$ ) zu nehmen ist.

Das Hauptproblem bei diesem Optimierungsmodell ist das Modell des stochastischen Preisprozesses ( $\mathbf{S}_t$ ).

### 3 stochastisches Preismodell

Es gibt in der Literatur eine Reihe von stochastischen Strompreismodellen, von denen wir in der vorliegenden Aufgabe einen Ansatz ausgewählt haben, der in [4] beschrieben ist. Begründungen für Modelldetails können dort nachgelesen werden. Nur wo in der vorliegenden Arbeit abweichende Modellentscheidungen getroffen wurden, wird im Folgenden auf Begründungen näher eingegangen.

In diesem Modell wird der Strompreis  $\mathbf{S}$  in einen deterministischen und in einen stochastischen Anteil zerlegt, wie dies bei den meisten Ansätzen üblich ist. Der deterministische Anteil besteht aus den Teilen „Trend“  $\mathbf{S}_t^{tr}$  und „Saison“  $\mathbf{S}_t^{sais}$ , der stochastische Anteil aus den Teilen „Ausreißer“  $\mathbf{S}_t^{out}$  und „Residuen“  $\mathbf{S}_t^{res}$ . Letzterer bezeichnet den Restanteil am Strompreis nach Bereinigung von Ausreißern, Trend und saisonalen Effekten. Saisonale Effekte betreffen die periodischen Jahreszeiten- und Tagestypfiguren des Strompreises.

Die verschiedenen Komponenten der beiden Anteile werden in diesem Modell multiplikativ verknüpft

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{S}_t^{tr} \cdot \mathbf{S}_t^{sais} \cdot \mathbf{S}_t^{res} \quad (3)$$

um zu einem ausreißerfreien Strompreismodell zu kommen.

Für das Einbringen von Ausreißern in das Modell wird ein Prozeß modelliert, bei dem zu jedem Zeitpunkt  $t$  mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit  $p_t^{out}$  (abhängig davon, ob es zu bestimmten vergangenen Zeitpunkten einen Ausreißer gab oder nicht) ein Ausreißer stattfindet, für dessen Höhe es wieder ein stochastisches Modell gibt.

Im Folgenden wird kurz auf diese verschiedenen Modellkomponenten eingegangen.

#### 3.1 Deterministische Anteile

##### a) Trend

Für den Trend wurde ein einfaches exponentielles Modell benutzt:

$$S_t^{tr} = S_0 \cdot e^{\gamma t} \quad (4)$$

wobei  $S_0$  und  $\gamma$  durch Minimierung des Fehlerquadrats an den historischen, ausreißerbereinigten (siehe 3.2.b) Strompreisdaten am EEX Spotmarkt (2003-1.7.2006) geschätzt wurden.

### b) Saison

Für die Zeitreihe  $S_t^{sais}$ , die den jahreszeitlichen und die tagestypischen periodischen Verläufe des Strompreises modelliert, wird für den jahreszeitlichen Verlauf eine konstante Saisonfigur angenommen, in Form eines trigonometrischen Polynoms mit Grundschwingung und erster Harmonischen mit Periodendauer von 8766h (entspricht einem Jahr) und mit Phase  $\tau$ .

Für die tagestypischen Verläufe werden nach [4] fünf Tagestypen definiert:

Kategorie	Definition
1	Montag oder Arbeitstag nach oder zwischen Feiertagen
2	Arbeitstage (Dienstag bis Donnerstag)
3	Freitag oder Arbeitstag vor Feiertag
4	Samstag
5	Sonntag oder Feiertag

Jede Tageskategorie wird als so genannte Dummy-Variable modelliert:

$D_{kt} = 1$  falls Stunde  $t$  zu einem Tag der Kategorie  $k$  gehört, sonst ist  $D_{kt} = 0$

Für jede Tageskategorie  $k$  (1-5) und jede Stunde  $j$  (1-24) wird ein unabhängiges Modell  $S_{jkt}^{sais}$  mit der konstanten Saisonfigur geschätzt:

$$S_{jkt}^{sais} = \alpha_{jk} + \sum_{i=1,2} \left( \beta_{ijk} \cos\left(2\pi \frac{t-\tau}{8766}\right) + \gamma_{ijk} \sin\left(2\pi \frac{t-\tau}{8766}\right) \right) \quad (5)$$

Die Parameter  $\alpha_{jk}$ ,  $\beta_{ijk}$  und  $\gamma_{ijk}$  werden durch Minimierung des Fehlerquadrats an den historischen, ausreißerbereinigten Strompreisdaten am EEX Spotmarkt (2003-1.7.2006) geschätzt.

Das zusammengesetzte, außerfreie saisonale Strompreismodell sieht nun folgendermaßen aus:

$$S_t^{sais} = \sum_{j=1..24} \sum_{k=1..5} H_{jt} \cdot D_{kt} \cdot S_{jkt}^{sais} \quad (6)$$

wobei  $H_{jt}$  und  $D_{kt}$  Dummy-Variablen sind, letztere wie oben definiert, und erstere folgendermaßen definiert:

$H_{jt} = 1$  falls Stunde  $t$  die Tagestunde  $j$  (1..24) ist, sonst ist  $H_{jt} = 0$ .

In der Doppelsumme oben ist also für jedes  $t$  genau ein  $H_{jt}$  und genau ein  $D_{kt}$  ungleich null.

## 3.2 Stochastische Anteile

### a) Residuen

Der nach Bereinigung der deterministischen Anteile und der Ausreißer verbleibende stochastische Anteil, die sogenannten Residuen, stellen die Volatilitäten um einen Mittelwert 1 (wegen des multiplikativen Modells) dar. Diese Residuen werden nun durch einen ARMA-Prozeß modelliert. Um dessen Parameter auf den historischen Daten zu schätzen, muß zuvor eine Transformation der Residuen  $S_t^{res}$  vorgenommen werden, damit sie normalverteilt sind, was die historischen Residuen nicht sind, jedoch eine Voraussetzung zur Modellierung als ARMA-Prozeß ist. Dabei wird, wie in [4] angegeben, eine (empirische) Transformation  $TF$  von der empirischen Verteilungsfunktion  $F_{emp}$  der Residuen auf die Inverse einer Standardnormalverteilungsfunktion  $F_{norm}^{-1}$  vorgenommen:

$$S_t'^{res} \leftarrow TF(S_t^{res}) = F_{norm}^{-1}(F_{emp}(S_t^{res})) \quad (7)$$

Auf den transformierten Residuen  $S_t'^{res}$  wird nun ein ARMA(p,q) Modell geschätzt.

$$S_t'^{res} = \sum_{i=1..p} \alpha_i \cdot S_{t-i}'^{res} + \sum_{j=1..q} \beta_j \cdot \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (8)$$

Bei diesem Modell wird eine lineare Autoregression auf (einige der) letzten  $p$  Werte der Zeitreihe angenommen, und zusätzlich eine lineare Abhängigkeit von den letzten  $q$  Fehlertermen  $\varepsilon_{t-j}$ , welche IID normalverteilt sind, angenommen werden.

Die Werte für  $i$  (bzw.  $j$ ), bei denen  $\alpha_{t-i}$  (bzw.  $\beta_{t-j}$ ) signifikant ungleich 0 sind, werden time-lags genannt. Eine Analyse dieser lags konnte die in [4] angegebenen Lags 1, 24 und 25 für autoregressive und Fehler-Terme für eine optimale Schätzung bestätigen: die Vorstunde, die gleiche Stunde und die Vorstunde des vorherigen Tages haben signifikanten autoregressiven Einfluß auf die Residuen.

Die Modellparameter werden auf den historischen, mit auf Normalverteilung transformierten Residuen geschätzt (durch  $TF$ , siehe oben).

### b) Ausreißer

Die bisherigen Modelle für die deterministischen Anteile und die Residuen wurden auf den ausreißerbereinigten, historischen Daten geschätzt.

Diese Bereinigung folgte folgendem Verfahren. Es wurde je eine Ausreißergrenze pro Kalenderjahr, Tagesstunde und Jahreszeit bestimmt. Als Grenze wurde der jeweilige Median plus dem dreifachen 25%-75%-Interquantilabstand genommen. So bestimmte Ausreißer wurden jeweils durch diese Grenzwerte ersetzt.

Da bisher auf ausreißerbereinigten Daten Modelle definiert wurden, muß nun am Ende noch ein letztes Modell die Ausreißer wieder einführen. Dieses Ausreißermodell wird in (3)  $S_t^{res}$  durch  $S_t^{out}$  ersetzen, falls es für die Stunde  $t$  einen Ausreißer bestimmt.

Die Sprunghöhe des Ausreißers wird modelliert durch

$$ausreißergrenze(t) \cdot (1 + \gamma(t))$$

wobei  $\gamma(t)$  eine Gammaverteilung ist, jeweils verschieden pro Kalenderjahr, Tagesstunde und Jahreszeit, und deren Parameter an den entsprechenden historischen Ausreißerdaten geschätzt wurden.

Die Frequenz der Ausreißer hingegen wurde folgendermaßen modelliert. Für jeden Zeitpunkt  $t$  wird eine Ausreißerwahrscheinlichkeit  $p_a(t)$  bestimmt.

Seien

$c_1(t) \equiv$  die Vorstunde  $t-1$  hatte einen Ausreißer

$c_2(t) \equiv$  am gleichen Tag gab es vor  $t-1$  einen Ausreißer

$c_3(t) \equiv$  am Vortag von  $t$  gab es einen Ausreißer

$c_4(t) \equiv$  weder am Tag (vor  $t$ ) noch am Vortag von  $t$  gab es einen Ausreißer

Damit wurden die Ausreißerwahrscheinlichkeiten  $p_a(t)$  für folgende fünf Fälle von  $t$  an den historischen Ausreißerdaten geschätzt:

- $t$  ist Stunde 12 eines Sommerwerktages und  $c_i(t)$ ,  $i=1..4$
  - $t$  ist Stunde 9-14, aber nicht 12, eines Sommerwerktages und  $c_i(t)$ ,  $i=1..4$
  - $t$  ist Stunde 8-18 oder 20-21, eines Winterwerktages und  $c_i(t)$ ,  $i=1..4$
  - $t$  ist Stunde 19-23, aber nicht 20-21, eines Winterwerktages und  $c_i(t)$ ,  $i=1..4$
  - $t$  liegt in einem Samstag, Sonntag oder Feiertag
- (für die ersten 4 Fälle also jeweils 4 verschiedene Wahrscheinlichkeiten)

Außerdem wurden die initialen (also unbedingten) Wahrscheinlichkeiten für diese fünf Fälle bestimmt.

Mit diesen Wahrscheinlichkeiten wurden dann in der Simulation der Preisszenarien Ausreißer zufällig gezogen und eingefügt.

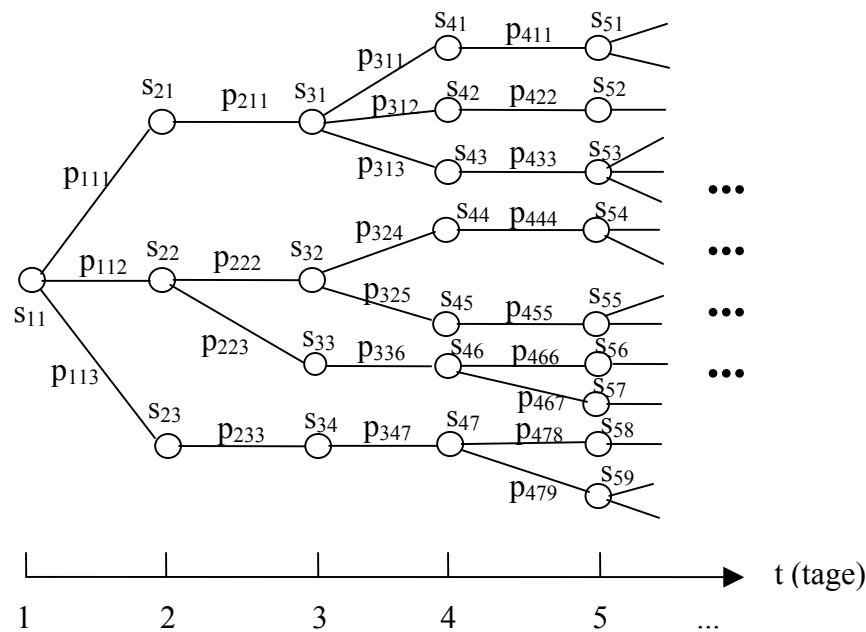
## 4 Experimente

Das in Kapitel 2 definierte Optimierungsproblem wurde auf der Basis des in Kapitel 3 beschriebenen Preismodells behandelt. Dabei muß bei der Zielfunktion (2) ein approximierter statt des analytisch berechneten Erwartungswertes maximiert werden.

### 4.1 Problemstellung: welche Approximation der Strompreisverteilung?

#### 4.1.1 Modell der unbekanntenen Verteilung des Strompreises

Grundsätzlich ist der Prozeß *zeitdiskret*: Strompreise am Spotmarkt bestimmen sich täglich für alle vierundzwanzig Stunden bei einer (bzw. zwei) Auktion(en). Auch die Wertemenge der Verteilung ist diskret und endlich. Ein allgemeines Modell der Verteilung kann in einem Szenariobaum dargestellt werden, wie im folgenden Beispiel ersichtlich.



Legende:

$s_{ij}$ : Strompreise (24 Stundenwerte) am Tag  $i$  für Realisierung  $j$

$p_{ijk}$ : relative\* Wahrscheinlichkeit der Realisierung  $k$  an Tag  $i+1$ , falls Realisierung  $j$  an Tag  $i$

\* relativ zur Wahrscheinlichkeit  $p$  an der Kante zur Realisierung  $j$  an Tag  $i$

Abbildung 4.1: Beispiel eines Strompreisszenarioabemes

Dieses Beispiel soll nur das Prinzip und die Notation veranschaulichen, in Wirklichkeit gibt es einen wesentlich höheren Verzweigungsgrad, worauf in 4.1.2 noch genauer eingegangen wird.

Für jede Realisierung  $j$  am Tag  $i$ ,  $s_{ij}$ , wird ein optimaler Einsatz  $e_{ij}$  gesucht, sodaß nach (2)

$$W_{stoch} = E\left(\sum_{t=0..T_T} s_t \cdot e_t\right) = \sum_{i,j} p_{i-1\pi(i,j)} \cdot s_{ij} \cdot e_{ij} \quad (9)$$

maximiert wird ( $s_{ij}$  und  $e_{ij}$  24-dimensionale Vektoren, und  $\pi(i,j)$  die Vorgängerrealisierung von  $j$  am Tag  $i-1$ ).

#### 4.1.2 Szenariensimulation

Da die Wahrscheinlichkeiten  $p_{ijk}$  aus 4.1.1 nicht bekannt sind, wurden sie durch Simulation von  $n$  Szenarien aus dem in Kapitel 3 beschriebenen Modell approximiert. Dazu wurden zunächst in (3) für die deterministischen Komponenten Trend  $S_t^{tr}$  und Saison  $S_t^{sais}$  die in 3.1.a und 3.1.b angegebenen Parameter wie dort angegeben geschätzt, und dann aus den Modellen (4) und (6) die Werte für jedes  $t$  aus dem Vertragszeitraum errechnet. Da sie deterministische Anteile darstellen, sind sie für jedes Szenario identisch.

Anschließend wurde der stochastische Anteil der Residuen simuliert. Nach der in 3.2.a beschriebenen Schätzung der Parameter des ARMA(p,q)-Modells aus (8) wurde nun für jedes Szenario eine Residuenzeitreihe simuliert, indem für jede Stunde  $t$  des Vertragszeitraumes eine Normal(0,1)-verteilte Zufallszahl als Fehlerterm  $\varepsilon_t$  gezogen wurde, und aus den zuvor berechneten Strompreislags ( $s_{t-1}, s_{t-24}, s_{t-25}$ ) nach (8) das Residuum  $S_t^{res}$  berechnet wurde. Für den ersten Tag wurden als Lags die entsprechenden Erwartungswerte ( $s_{-1}, s_{-24}, s_{-25}$ ) des Strompreismodells (bestimmt durch die deterministischen Anteile des Modells) genommen.

Schließlich wurden nach dem Ausreißermodell 3.2.b in jedes der  $n$  Szenarien Ausreißerwerte eingefügt.

Daraus ergab sich ein Szenariobüschel<sup>2</sup>:

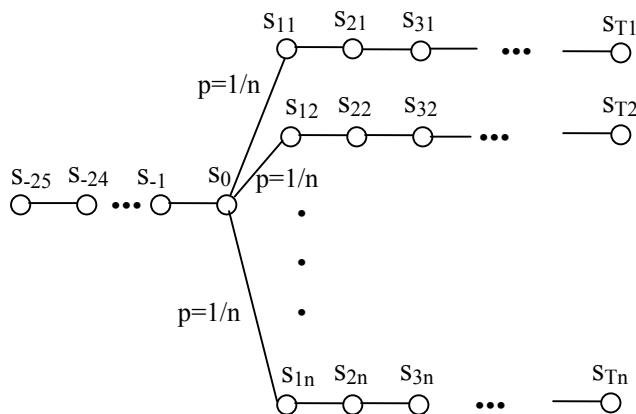


Abbildung 4.2: ein Preisszenariobüschel

Die Tatsache, daß eine Baumstruktur fehlt und ein Büschel erzeugt wird, liegt an dem relativ niedrigen Wert von  $n=1000$  Szenarien (relativ zum Verzweigungsgrad der unbekanntenen Verteilung wie in 4.1.1 besprochen), sodaß nach der ersten Verzweigung bei  $t=0$  schon jedes Szenario einen anderen Wert bei  $t=1$  hat (mit anderen Worten, die Wahrscheinlichkeit gleicher Werte ist vernachlässigbar, und erst gleiche Werte definieren einen Baum, der sich auch zu  $t>1$  noch verzweigen kann). Jedes Szenario ist, nach Konstruktion durch Simulation, gleichwahrscheinlich.

In Abbildung 4.3 sind 30 simulierten Szenarien in einem Wochenausschnitt dargestellt.

<sup>2</sup> In allen Untersuchungen wurden die Optimierungen auf dem Büschel als  $n$  unabhängige Optimierungsaufgaben durchgeführt, obwohl ja zu  $t=0$  wegen der gemeinsamen Wurzel die szenarioübergreifende Nebenbedingung gelten muß, daß für alle  $n$  Szenarien der erste Einsatz  $e_0$  gleich sein muß. Wegen des numerisch geringen Einflusses bei Vorteil einer viel einfacheren Optimierung ist diese Modelländerung gerechtfertigt

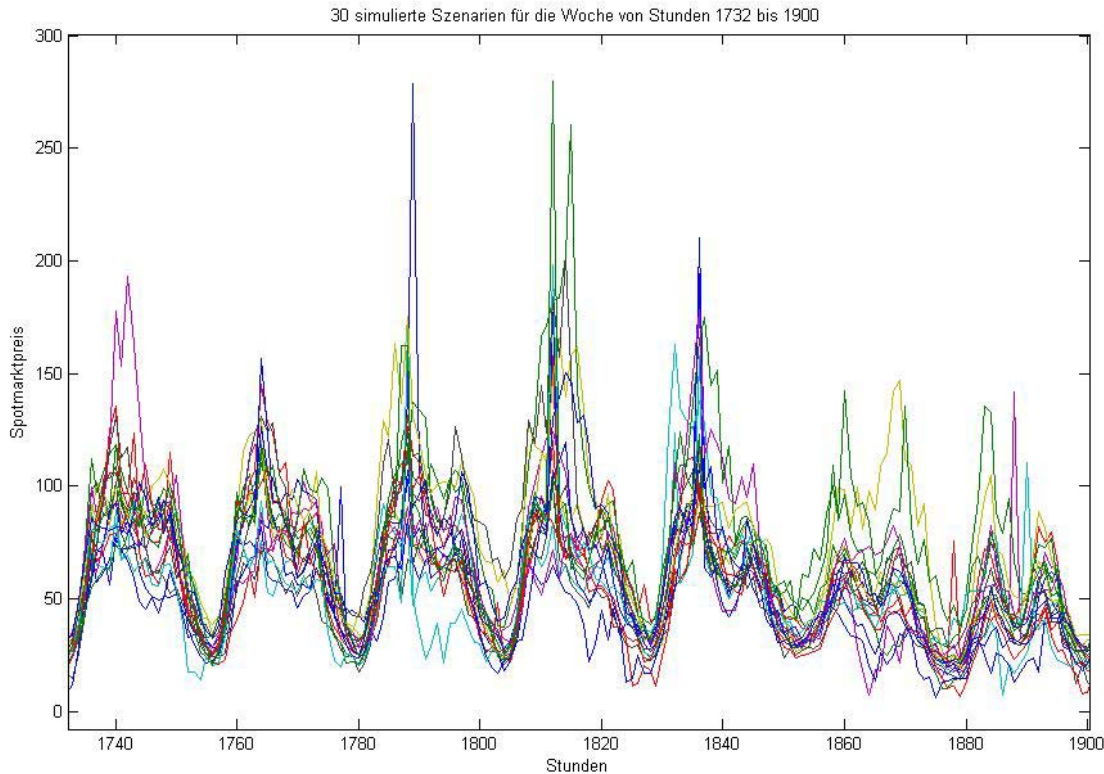


Abbildung 4.3: 30 simulierte Szenarien für einen Wochenausschnitt

### 4.1.3 Bündel oder Baum als Approximation?

In der Literatur wird der Szenariobaum (Verzweigungen können zu allen Zeitpunkten vorkommen) einem Szenariobündel (Verzweigungen kommen nur zu  $t=0$  vor) vorgezogen [3], [5], [7]: der Zufall im stochastischen Prozeß ( $s_t$ ) entfaltet sich nicht nur im ersten Schritt, sondern an jedem. Eine Optimierung auf einem Bündel sollte zu falschen Ergebnissen führen, da die Entscheidung über den optimalen Einsatz nach der ersten Verzweigung deterministisch ist: ab  $t=1$  ist der ganze Verlauf des Szenarios bis zum Vertragsende bekannt. Dies legt nahe, daß das Ergebnis zu optimistisch sein wird: die Optimierungsalgorithmus weiß zu viel von der Zukunft (als „Value of Perfect Information“ in der Literatur bezeichnet [7]). Bei Vergleich mit der zugrundegelegten Hypothese der Struktur des unbekanntem Strompreismodells wird jedoch klar, daß diese naheliegende Einschätzung des Bias im Optimierungsfehler keine solide Begründungsgrundlage besitzt. Tatsächlich würde man bei zufälliger Auswahl von  $n$  Blättern (also Szenarien) im Szenariobaum der Strompreisverteilung, wie sie in 4.1.1 angenommen wurde, bei der man ohne weiteres als mittleren, signifikanten Verzweigungsgrad<sup>3</sup>  $\bar{g} \gg n$  annehmen kann, eine geringe Wahrscheinlichkeit für eine Verzweigung in den  $n$  Szenarien bei  $t>0$  bekommen. Die Begründung für die mangelnde Qualität der Approximation ist also die, daß  $n$  sehr groß sein müßte für eine brauchbare Approximation.

In [2] und [3] wird ein Algorithmus zur Erzeugung von Szenariobäumen aus durch Simulation generierten Szenariobündeln vorgestellt<sup>4</sup>. Die theoretische Grundlage dieses Verfahrens garantiert, daß das auf dem reduzierten Baum definierte Optimierungsproblem stabil ist. Das

<sup>3</sup> damit sei die (über alle Knoten) erwartete Nachfolgerknotenzahl bezeichnet für solche Nachfolgerknoten, die nach Einzelwahrscheinlichkeit geordnet sind, und deren Gesamtwahrscheinlichkeit z.B. 0.95 ausmachen

<sup>4</sup> die dort verwendete Simulation benutzt ein anderes Strompreissimulationsmodell als das in Kapitel 3 vorgestellte: die Residuen werden aus ge-cluster-ten historischen Residuen durch Sampling erzeugt

bedeutet, daß für die verwendete Wahrscheinlichkeitsmetrik, die den Abstand der Verteilungen auf dem Ausgangsbüschel und auf dem reduzierten Baum mißt, gilt, daß für jede geforderte Genauigkeit  $\varepsilon$  des Optimierungsergebnisses es einen Abstand  $\delta > 0$  vom Ausgangsbüschel gibt, für den der vom Reduktionsalgorithmus reduzierte Baum ein Optimierungsergebnis mit Genauigkeit nicht schlechter als  $\varepsilon$  gibt, wobei sich die optimale Referenzlösung auf das Ausgangsbüschel bezieht. Dabei ist offen, wie die Optimierungsergebnisse auf dem Szenariobüschel und auf dem reduzierten Baum sich zum Optimierungsergebnis der unbekanntesten Strompreisverteilung wie in 4.1.1 angegeben verhalten, d.h. ob der reduzierte Baum eine bessere Approximation liefert als das Büschel. Es gibt eine naheliegende Interpretation für die bessere Approximation durch einen Baum, wie oben angegeben. Es gibt eine andere Interpretation, daß nämlich die Baumverteilung nur die Büschelverteilung approximiert, und deshalb die Optimierung auf dem Baum schlechter als die Optimierung auf einem Büschel ist. Das Problem ist natürlich, daß die Verteilung wie in 4.1.1 angenommen, nicht bekannt ist.

Dieser Frage sollte in den hier vorgestellten drei Untersuchungen nachgegangen werden, und zwar im beschränkten Rahmen der konkreten Optimierungsaufgabe aus Kapitel 2. Allgemein hatten die Untersuchungen zum Ziel, zu quantifizieren, welchen Einfluß die Variabilität in der optimalen Einsatzstrategie auf die Optimierungsergebnisse hat. Dabei gibt es gar keine Variabilität bei der deterministischen Optimierung auf dem mittleren Strompreisszenario, und eine volle/optimistische (weil mit voller Information über den zukünftigen Strompreisverlauf) Variabilität bei Optimierung auf einem Büschel, wo jedes Szenario sein eigenes Einsatzprofil haben kann.

Im nächsten Unterkapitel werden diese Untersuchungen formal als Optimierungsprobleme beschrieben.

## 4.2 Optimierungsprobleme der Untersuchungen

### 4.2.1 Untersuchung 1

Zu maximierende Zielfunktion:

$$W_{stoch} = \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=1}^{1000} \sum_{t=0}^{4415} s_{ti} \cdot e_{ti}$$

mit den Nebenbedingungen (der zweite Index  $i$  wird zur besseren Lesbarkeit weggelassen)

$$N1: 0 \leq e_t \leq 90 \quad t = 0 \dots 4415$$

$$N2: |e_t - e_{t-1}| \leq 60 \quad t = 1 \dots 4415$$

$$N3: \sum_{t=0}^{2207} e_t \leq E_Q \text{ und } \sum_{t=2208}^{4415} e_t \leq E_Q$$

wobei  $E_Q \in \{12500, 25000, 50000, 75000, 100000, 125000, 150000\}$  (Einheit: MWh)

Die ursprünglichen Vertragswerte wurden für diese Untersuchung so geändert, daß die beiden Quartale jeweils die gleiche minimale und maximale stündliche Einsatzmenge und jeweils die gleiche Gesamteinsatzmenge haben müssen. Letztere wird dann in sieben verschiedenen

Optimierungen variiert über die angegebenen Werte. Diese Vereinheitlichung dient einer einheitlichen Interpretation der Ergebnisse.

Die Ergebnisse (siehe Kapitel 5) wurden als Mittelwert  $W_{stoch}$  und (empirische) Verteilung der 1000 Werte  $P_j$

$$P_j = \sum_{t=0}^{4415} s_{tj} \cdot e_{tj}$$

$j=1 \dots 1000$  die Szenarien zählend, für jeden Wert von  $E_Q$  ermittelt.

Die 1000 Szenarien wurden einmalig auf die in 4.1.2 angegebene Weise simuliert, und dann für alle sieben Optimierungsläufe immer gleich benutzt.

Die Mittelwerte  $W_{stoch}$  wurden dann mit dem optimalen Wert  $W_{det}$  der deterministischen Optimierung verglichen, der bei gleichen Nebenbedingungen folgende Zielfunktion hatte:

$$W_{det} = \sum_{t=0}^{4415} \left( \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=1}^{1000} s_{ti} \right) \cdot \bar{e}_t \quad (10)$$

## 4.2.2 Untersuchung 2

Zu optimierende Zielfunktion:

$$W_{stoch} = \frac{1}{30} \cdot \sum_{i=1}^{30} \sum_{t=0}^{4415} s_{ti} \cdot e_{ti}$$

unter den Nebenbedingungen (der zweite Index  $i$  wird zur besseren Lesbarkeit weggelassen)

$$N1: 0 \leq \mathbf{e}_t \leq 90 \quad \forall_{t \in Q1} \quad \text{und} \quad 25 \leq \mathbf{e}_t \leq 145 \quad \forall_{t \in Q2}$$

$$N2: |\mathbf{e}_t - \mathbf{e}_{t-1}| \leq 60 \quad \forall_{t > 0}$$

$$N3: \sum_{t \in Q1} e_t \leq 50000 \quad \text{und} \quad \sum_{t \in Q2} e_t \leq 190000$$

$$N4: \sum_{t \in \text{periode}(k)} e_{ti} = \sum_{t \in \text{periode}(k)} e_{tj} \quad \forall_{1 \leq i \leq j \leq 30}$$

mit  $\text{periode}(k)$  Menge der Stunden von entweder Tag  $k$ , oder von Woche  $k$ , oder von Monat  $k$ . Für jede Zeitskala (Tag, Woche oder Monat) wird eine Optimierung durchgeführt, wobei in  $N4$  gefordert wird, daß auf den Perioden der jeweiligen Zeitskala alle Szenarien gleiche Einsatzmengen benutzen. Die Werte dieser Einsatzmengen sind nicht vorgegeben, sondern sind zu optimierende Variablen.

Die geringe Anzahl (30) der Szenarien im Vergleich zu Untersuchung 1 mußte in Kauf genommen werden, da eine Modellierungsumgebung für stochastische Optimierung mit szenarienübergreifenden Nebenbedingungen nicht zur Verfügung stand. Entsprechend sind die Resultate dieser Untersuchung 2 statistisch gesehen nicht aussagekräftig, dienen allerdings auch nur dazu, die Untersuchungsreihe 3 zu motivieren, deren Resultate wieder über 1000 Szenarien gewonnen wurden.

### 4.2.3 Untersuchung 3

Zu maximierende Zielfunktion:

$$W_{stoch} = \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=1}^{1000} \sum_{t=0}^{4415} s_{ti} \cdot e_{ti}$$

mit den Nebenbedingungen (der zweite Index  $i$  wird zur besseren Lesbarkeit weggelassen)

$$N1: 0 \leq \mathbf{e}_t \leq 90 \quad \forall_{t \in Q1} \quad \text{und} \quad 25 \leq \mathbf{e}_t \leq 145 \quad \forall_{t \in Q2}$$

$$N2: |\mathbf{e}_t - \mathbf{e}_{t-1}| \leq 60 \quad \forall_{t > 0}$$

$$N3: \sum_{t \in Q1} e_t \leq 50000 \quad \text{und} \quad \sum_{t \in Q2} e_t \leq 190000$$

$$N4: \sum_{t \in \text{periode}(k)} e_{ti} = \sum_{t \in \text{periode}(k)} \bar{e}_t \quad \forall_{1 \leq i \leq 1000}$$

mit  $\text{periode}(k)$  Menge der Stunden von entweder Woche  $k$  oder von Monat  $k$ , und  $\bar{e}_t$  der optimale Einsatz des deterministischen Optimierungsproblems wie oben in (10) definiert. Für jede Zeitskala (Woche oder Monat) wird eine Optimierung durchgeführt, wobei in  $N4$  gefordert wird, daß auf den Perioden der jeweiligen Zeitskala alle Szenarien gleiche Einsatzmengen benutzen. Die Werte dieser Einsatzmengen sind im Gegensatz zu Untersuchung 3 nun vorgegeben, und wurden errechnet aus den optimalen entsprechenden Einsatzmengen der deterministischen Optimierung auf den mittleren Strompreisen.

## 5 Resultate

### 5.1 Untersuchung 1

Die lastabhängigen, optimalen Mittelwerte  $W_{stoch}$  des Vertragswertes sind in Abbildung 5.1 zusammen mit den lastabhängigen, deterministischen optimalen Vertragswerten  $W_{det}$  aufgetragen.

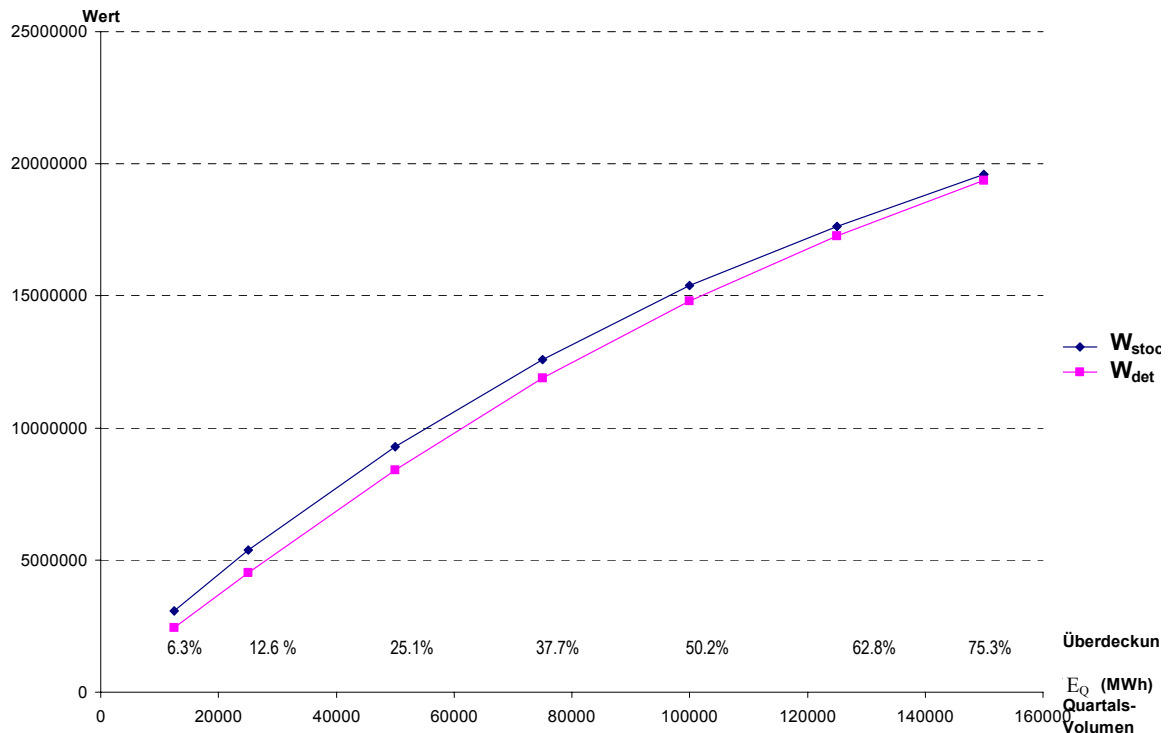


Abbildung 5.1: Volumenabhängigkeit des stochastischen Vertragswertes  $W_{stoch}$  (über 1000 Szenarien gemittelt) und des deterministischen Vertragswertes  $W_{det}$ .

Die Überdeckung gibt den Prozentsatz an Stunden der Gesamtvertragsdauer an, die das Vertragsvolumen bei maximalem Stundeneinsatz braucht, um voll eingesetzt zu werden. Diese Zahl ist also ein Maß für die Variabilität des Vertragseinsatzes, über die optimiert worden ist.

Um diese Daten besser interpretieren zu können, wird in Abbildung 5.2 die Verteilungsfunktion der mittleren simulierten Strompreise gezeigt. Man sieht dort, daß die Verteilungsfunktion im Preissegment von 30 bis 90 mit Gesamtwahrscheinlichkeit  $> 0.8$  annähernd linear ist, die Preise also gleichverteilt sind. Dies erklärt, daß die Volumenabhängigkeit des Vertragswertes  $W_{det}$  in Abbildung 5.1 mit  $\sqrt{E_Q}$  eingeht.

Wie man nun aus Abbildung 5.1 erkennen kann, bleibt in einem größeren Volumenbereich (12500 bis 100000 MWh, was 6.3% - 50% der Überdeckung entspricht) der Wertzuwachs durch die stochastische Optimierung bei (fast) perfekter Information nach kurzem Anstieg

annähernd konstant, und zeigt einen deutlichen Abfall erst bei hoher Überdeckung, also geringer Variabilität des Einsatzes.

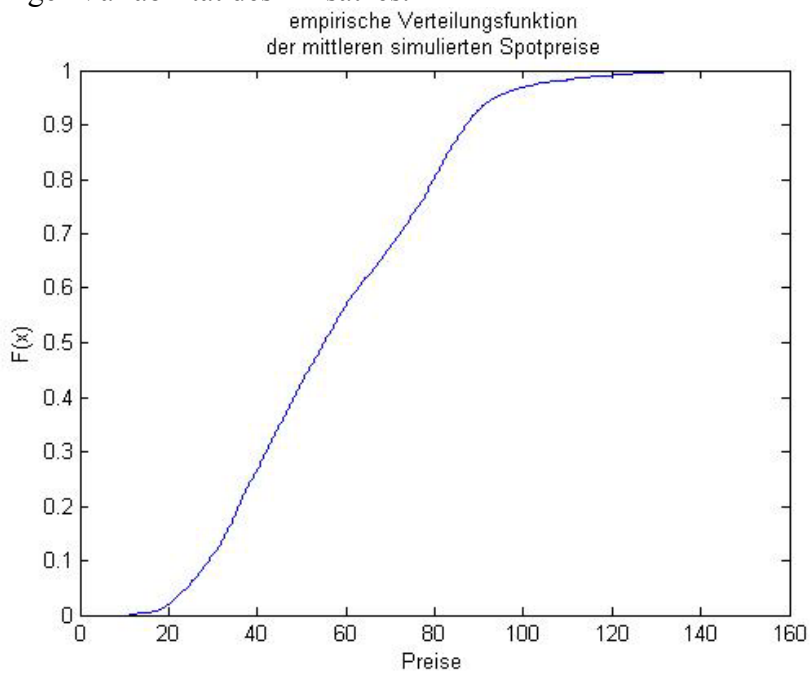


Abbildung 5.2: Verteilung des mittleren simulierten Strompreises am Spotmarkt

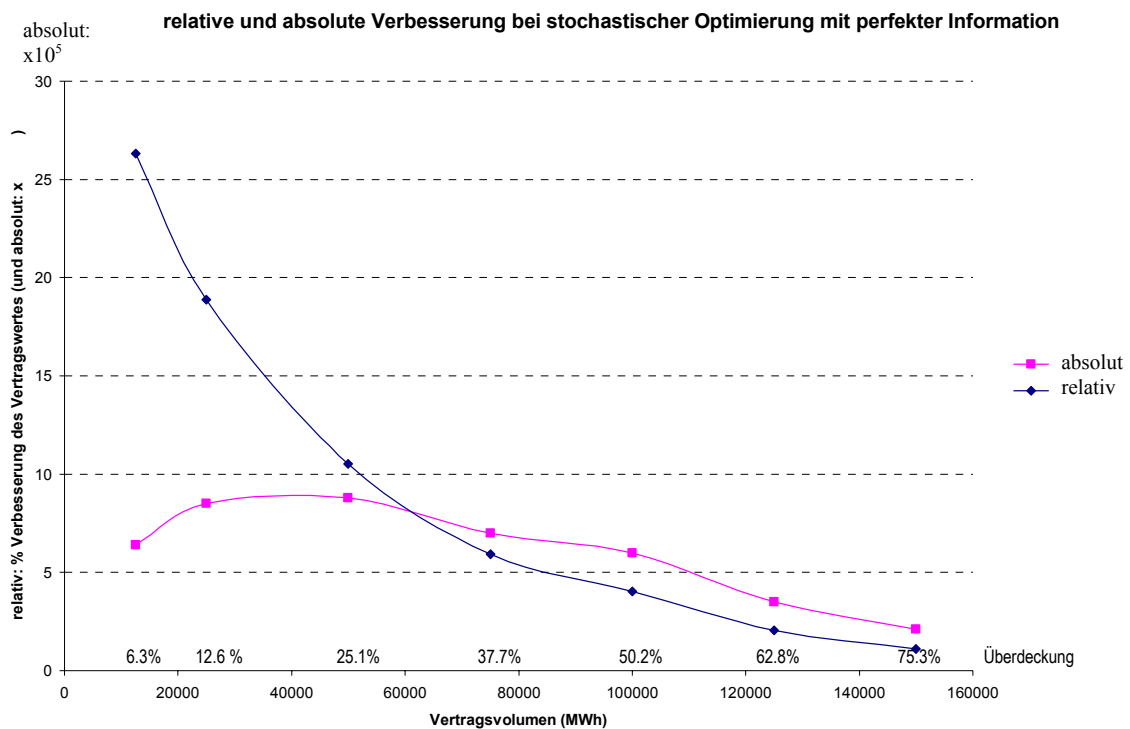


Abbildung 5.3: relative und absolute Verbesserung bei stochastischer Optimierung: Wert der (fast) perfekten Information

Die Erklärung für den Abfall bei hoher Überdeckung ist offensichtlich. Die annähernde Konstanz des Wertes der perfekten Information bei steigendem Vertragsvolumen hingegen ist erklärbar durch die aus Abbildung 5.4 ersichtliche Tatsache, daß höhere Quantile der simulierten Strompreise eine deutlich höhere Streuung besitzen als die niedrigeren Quantile. Man kann nun in ersten Annäherung als optimale Einsatzstrategie eine Grenzpreisstrategie annehmen: bei einem Vertragsvolumen von  $x\%$  Überdeckung, kann man als Grenzpreis für den Einsatz das  $(100-x)\%$ -Quantil wählen, d.h. sobald der Strompreis diesen Wert erreicht, wird der Vertrag eingesetzt. Bei einem Vertragsvolumen mit 10% Überdeckung entspricht dies einem Wert 0.9 der Verteilungsfunktion. Hier ist die Streuung der Grenzpreise ( $x$ -Achse in Abbildung 5.4) deutlich höher als in den unteren Preissegmenten, wodurch der Wert der perfekten Information verstärkt wird.

Insgesamt steckt diese Untersuchung den Bereich ab, innerhalb dessen der wahre Wert der stochastischen Optimierung sich bewegen wird: irgendwo zwischen  $W_{stoch}$  und  $W_{det}$ , und auch hier wird es im Vertragsvolumenbereich von etwa 10% - 50% der Überdeckung keine wesentliche Abhängigkeit vom Volumen geben.

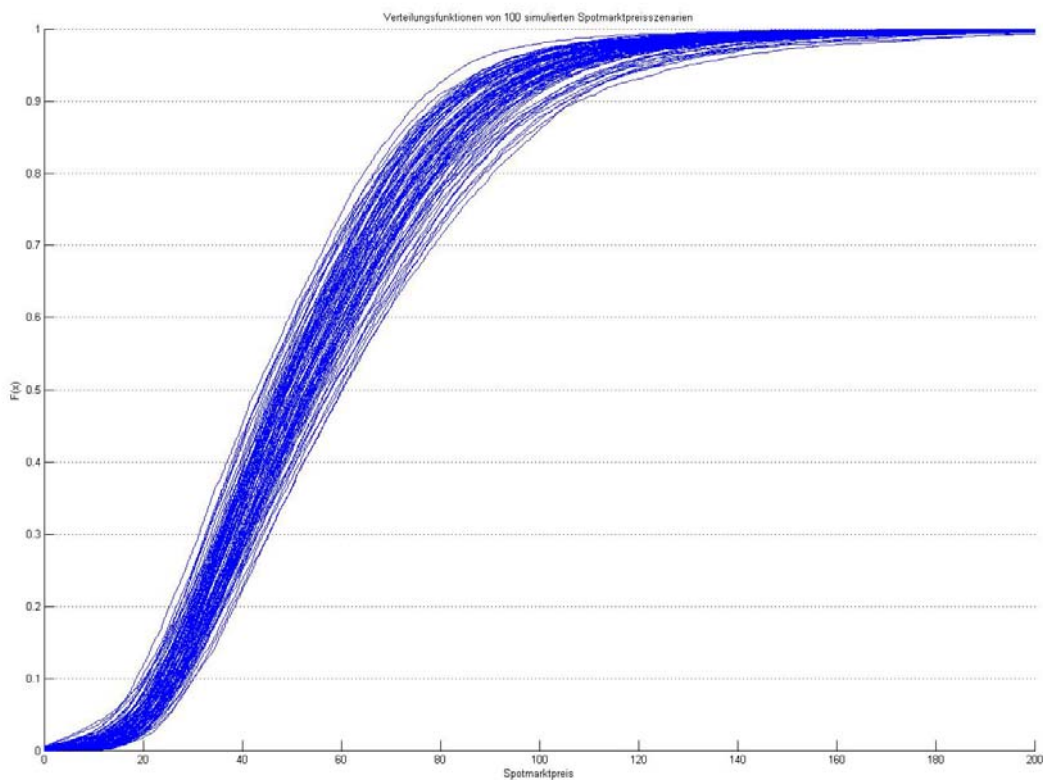


Abbildung 5.4: empirische Verteilungsfunktionen von 100 simulierten Preisszenarien

In Abbildung 5.5 schließlich sind in der Übersicht alle Verteilungsfunktionen für 5 verschiedenen Vertragsvolumen dargestellt.

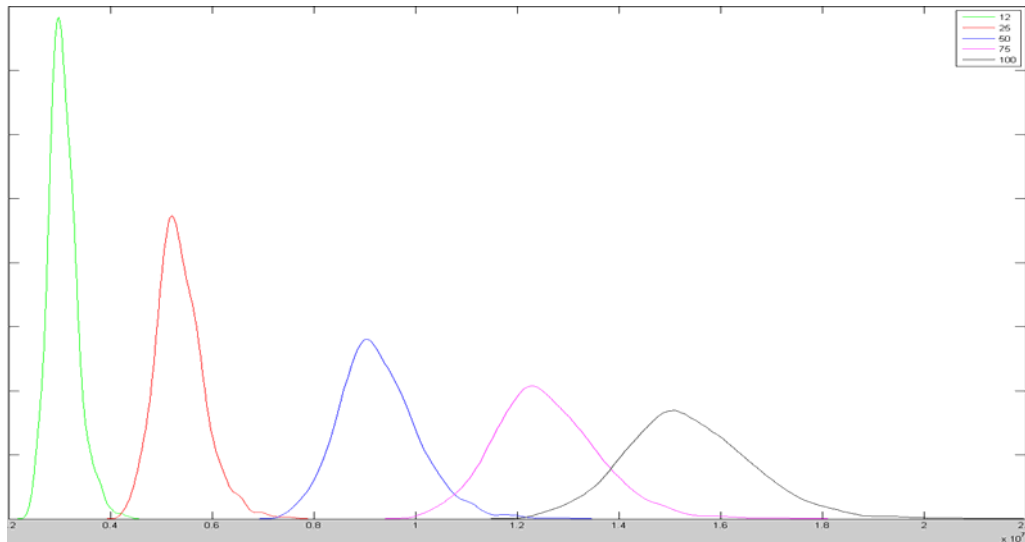


Abbildung 5.5: Densities der empirischen Verteilungen der 5 Vertragswerte bei Vertragsvolumen 12500 , 25000, 50000, 75000, 100000 MWh

## 5.2 Untersuchung 2

In der zweiten Untersuchung wurden für das Ausgangsproblem (keine Variation mehr des Vertragsvolumens wie in Untersuchung 1) der Vertragsbewertung szenarioübergreifende Nebenbedingungen eingeführt, die für alle Szenarien das gleiche Einsatzvolumen pro Periode fordert, wobei Periode ein Quartal, Monat, eine Woche, ein Tag oder eine Stunde sein kann. In letzterem Fall erhält man die deterministische Optimierung über die mittleren Strompreise am Spotmarkt, also die untere Grenze des Vertragswertes für die stochastische Optimierung. Im ersten Fall erhält man die Optimierung des Ausgangsproblems auf dem Szenariobüschel (also bei fast perfekter Information), also die obere Grenze des Vertragswertes für die stochastische Optimierung. Für die drei anderen Perioden werden Einschränkungen definiert, sodaß der mittlere optimierte Vertragswert zwischen diesen Grenzen liegen muß.

In Tabelle 5.1 sind die relativen Einbußen des mittleren Vertragswertes bezüglich des mittleren optimalen Vertragswertes bei fast perfekter Information für das erste Quartal angegeben.

mittlere Einbuße durch Einschränkung (%) im 1. Quartal	
<b>0.71</b>	gleicher Monateinsatz
<b>1.77</b>	gleicher Wocheneinsatz
<b>4.59</b>	gleicher Tageseinsatz
<b>7.70</b>	gleicher Stundeneinsatz (deterministische Optimierung gegen mittleren Spotpreis)

Tabelle 5.1

Man sieht, daß die Einschränkung auf gleichen Monateinsatz kaum wertmindernd ist, und auch die Einschränkung auf gleichen Wocheneinsatz führt zu nicht mehr als 23% der Wertminderung, die durch deterministische Optimierung zustande kommt. Dies bedeutet, daß die Variabilität, die bei Optimierung mit fast perfekter Information ausgenutzt wird, sich kaum über eine Woche hinaus erstreckt. Dieses Resultat ist

qualitativ gesehen nicht überraschend, da es die Tatsache widerspiegelt, daß unser Strompreismodell für die langfristigen Zeithorizonte nur die *deterministischen* Anteile Trend und Saison ( $S_t^{tr}$ ,  $S_t^{sais}$ ) in (3) besitzt, während der stochastische Anteil durch Ausreißer wenig Einfluß hat, und durch die Residuen wegen der relativ kurzen Autoregression im ARMA-Modell (nur auf maximal den Vortag) langfristig wenig Volatilität entsteht. Allerdings dürfte eine exakte analytische Vorhersage der Werte aus Tabelle 5.1 nicht machbar sein.

In Abbildung 5.6 und 5.7 sind respektive die Tageseinsätze und Tagesgewinne bei gleichem Wocheneinsatz auf allen 30 Szenarien dargestellt. Man kann sehen, daß die Tageseinsätze und Tagesgewinne stark variieren, sowohl innerhalb einer Woche auf dem einzelnen Szenario, als auch innerhalb der 30 Szenarien für die einzelne Stunde. Man sieht deutlich den Unterschied zwischen Werktagen und Wochenende.

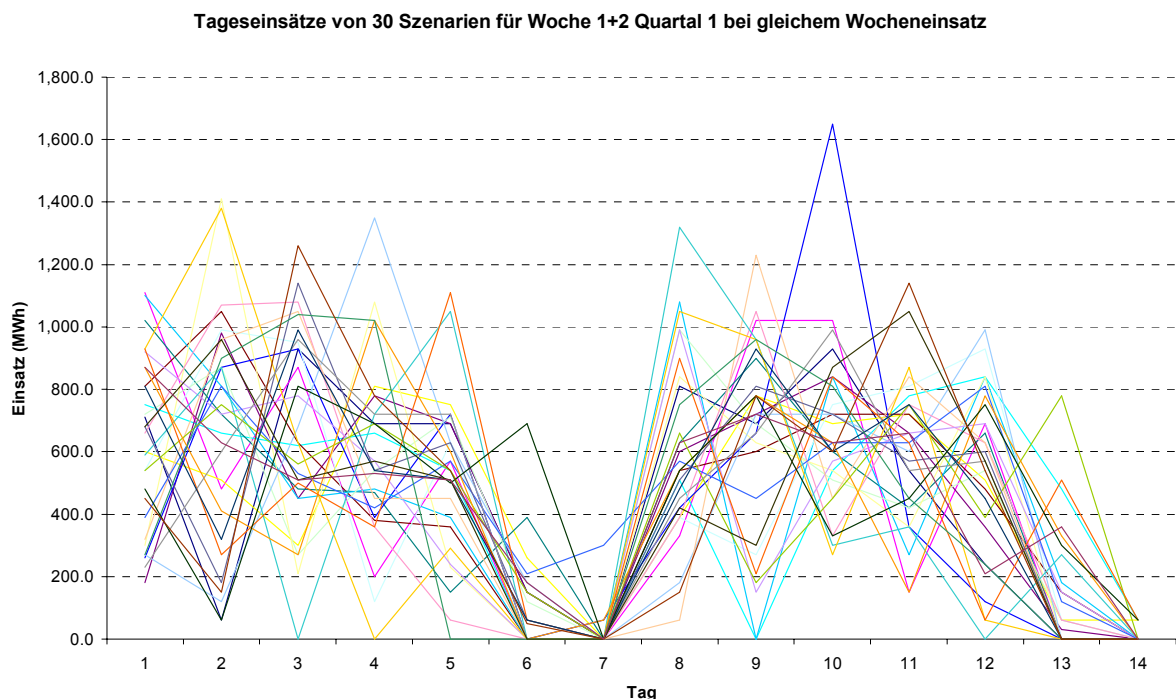


Abbildung 5.6: Tageseinsätze bei gleichem Wocheneinsatz (30 Szenarien, Ausschnitt)

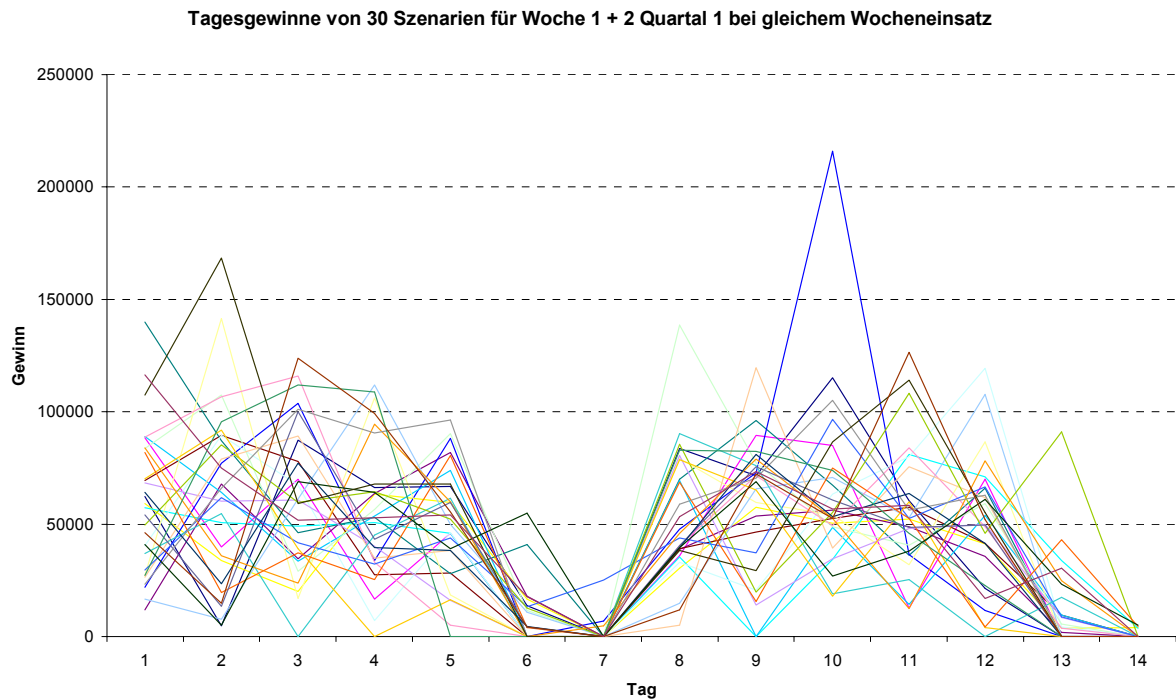


Abbildung 5.7: Tagesgewinne bei gleichem Wocheneinsatz (30 Szenarien, Ausschnitt)

Abbildung 5.8 zeigt die Wocheneinsätze für das 1. Quartal. Es ergibt sich ein ähnliches Bild, allerdings sind keine systematischen Wochenunterschiede zu erkennen.

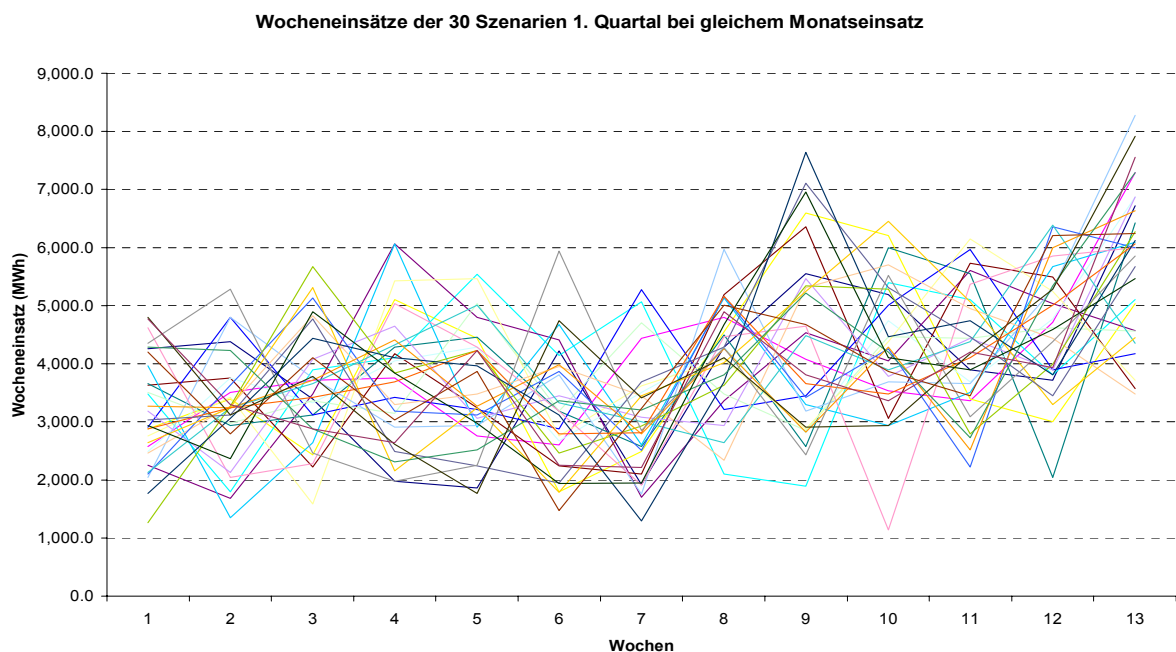


Abbildung 5.8: Wocheneinsätze bei gleichem Monatseinsatz (30 Szenarien , Quartal 1)

Die Abbildungen 5.9-5.12 schließlich zeigen die Wochengewinne bei den vier verschiedenen Einschränkungperioden. Es ist deutlich zu sehen, daß bei gleichem Monatseinsatz die Gewinne, im 1. Quartal etwa, eine sichtbar größere Varianz zeigen

als bei gleichen Tageseinsätzen, und die Quartalseinschränkung (bei unserem Vertragsbeispiel eben keine Einschränkung) noch größere Varianz hervorbringt.

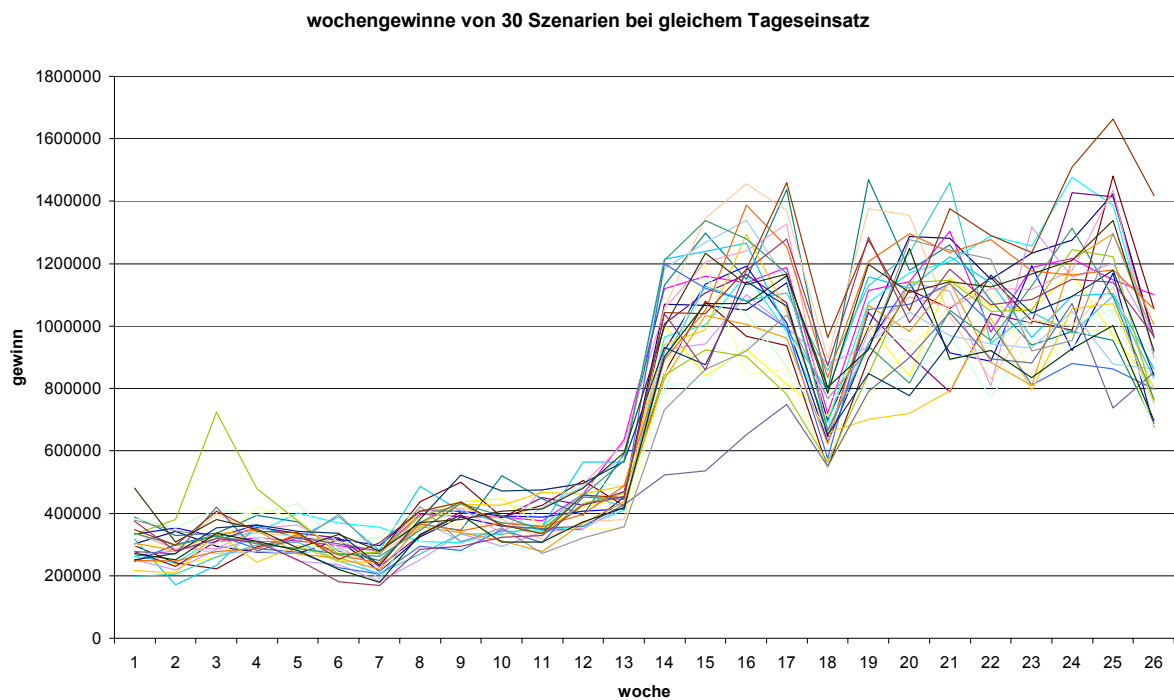


Abbildung 5.9: Wochengewinne bei gleichem Tageseinsatz (30 Szen. , Quartal 1+2)

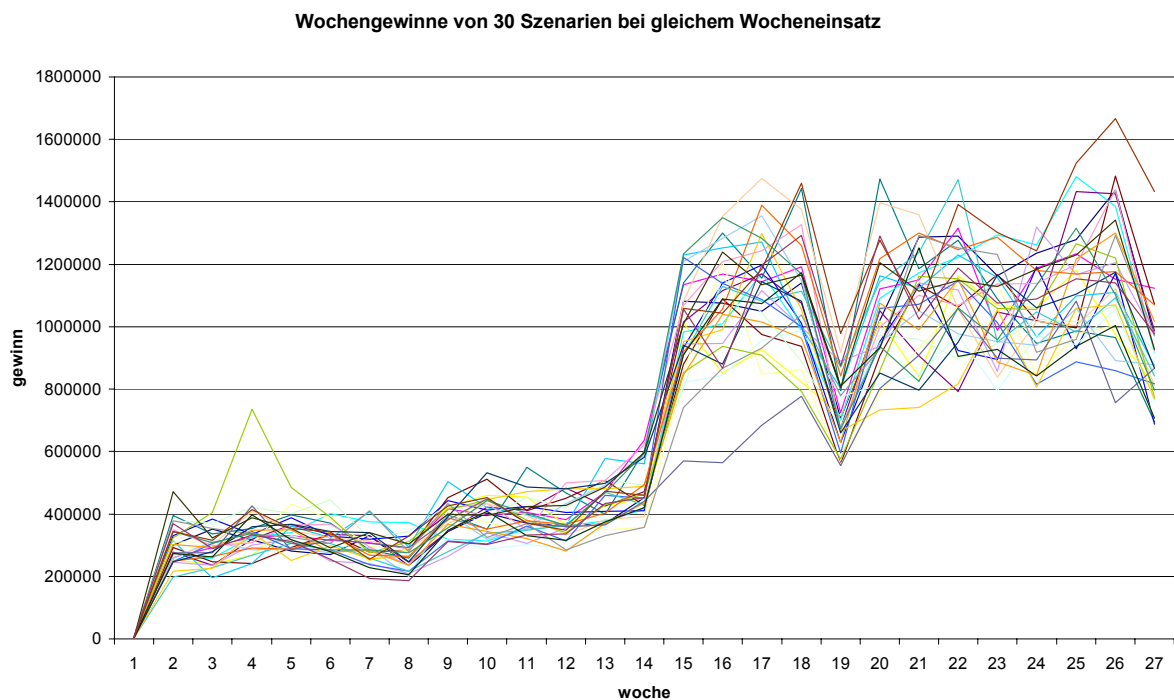


Abbildung 5.10: Wochengewinne bei gleichem Wocheneinsatz (30 Szen., Quartal 1+2)

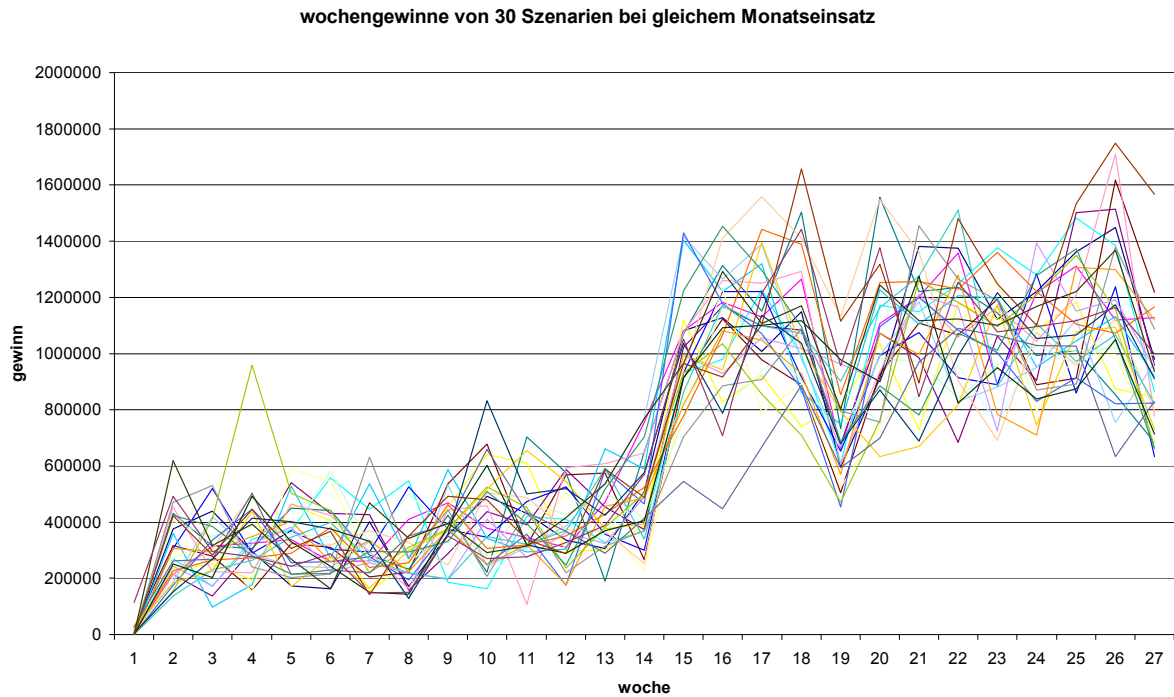


Abbildung 5.11: Wochengewinne bei gleichem Monatseinsatz (30 Szen. , Quartal 1+2)

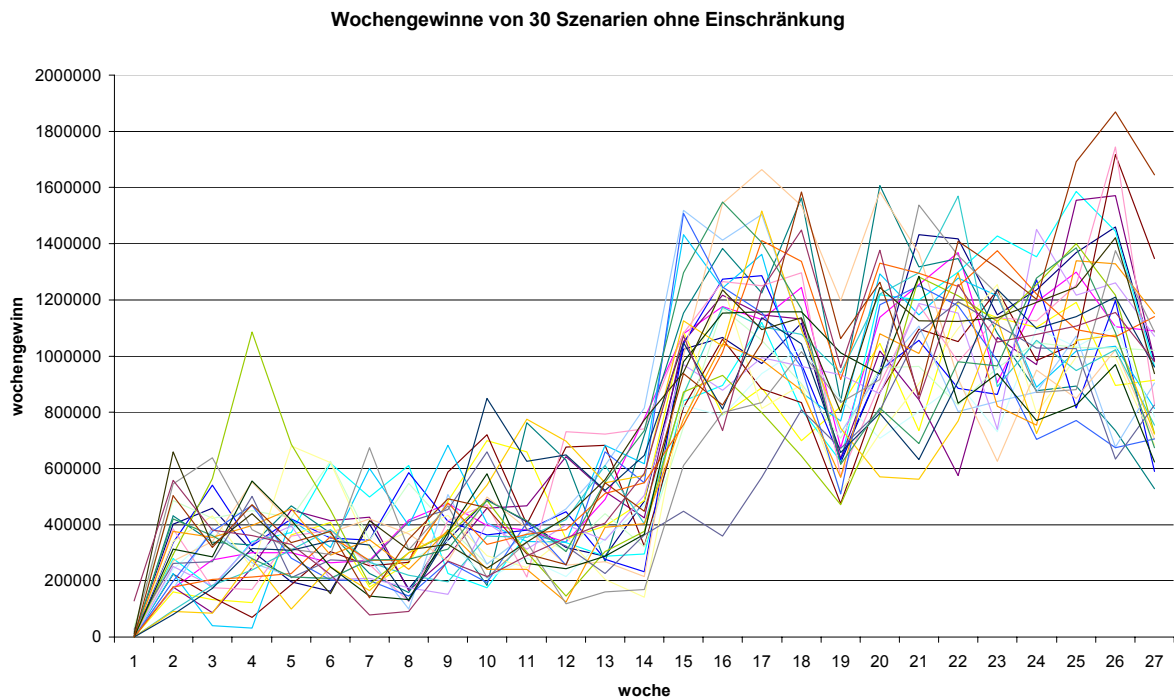


Abbildung 5.12: Wochengewinne ohne Einschränkung (30 Szen. , Quartal 1+2)

Es ist klar, daß die relativ geringe Anzahl von Szenarien eine statistische Fundierung der getroffenen Aussagen nicht zuläßt. Allerdings konnte durch die Resultate der Untersuchung 3 (nächstes Unterkapitel) gezeigt werden, daß die qualitativen Aussagen dieser Resultatanalyse richtig sind.

### 5.3 Untersuchung 3

In der dritten Untersuchung wurden für das Ausgangsproblem (keine Variation mehr des Vertragsvolumens wie in Untersuchung 1) der Vertragsbewertung Nebenbedingungen eingeführt, die für alle Szenarien das gleiche Einsatzvolumen pro Periode fordert, wobei Periode ein Monat oder eine Woche sein kann (2 separate Optimierungen). Da nunmehr dieses Einsatzvolumen nicht mehr optimiert wird, sondern wertemäßig festgelegt wird als das entsprechende optimale Einsatzvolumen des deterministischen Optimierungsproblems auf den mittleren Strompreisen, konnten die 1000 Szenarien wieder unabhängig optimiert werden. In Tabelle 5.2 sind die relativen Einbußen des mittleren Vertragswertes bezüglich des mittleren optimalen Vertragswertes bei fast perfekter Information für die gesamte Vertragsdauer (zwei Quartale) angegeben.

mittlere Einbuße durch Einschränkung (%) (1.+2. Quartal)	
0.4	gleicher Monatseinsatz
1.0	gleicher Wocheneinsatz
4.20	gleicher Stundeneinsatz (deterministische Optimierung gegen mittleren Spotpreis)

Tabelle 5.2

Die Unterschiede zur Tabelle 5.1 der Untersuchung 1 kommt zustande, weil hier nun beide Quartale zusammen bewertet wurden, und weil natürlich nun eine wesentlich höhere Szenarienzahl benutzt wurde. Die Tendenz zeigt aber, daß bei gleichem Monatseinsatz etwa nur 10% der maximalen Einbuße zwischen Ober- und Untergrenze der stochastischen Optimierung (Optimierung mit perfekter Information und deterministische Optimierung) zu erwarten ist, und etwa 25% bei gleichem Wocheneinsatz.

Der Vorteil der Untersuchung 3 gegenüber 2 ist, daß das Optimierungsproblem wesentlich weniger komplex und vor allem parallelisierbar ist.

Hier nicht vorgestellte Experimente haben schließlich gezeigt, daß die in Untersuchung 2 optimierten Einsatzmengen einer Periode von den optimalen deterministischen Einsatzmengen erheblich abweichen. In der Bewertung des entsprechenden Gewinnes aber sind die Resultate wieder gleich, wie Untersuchung 3 zeigte<sup>5</sup>. Man kann also aus diesen Untersuchungen nicht folgern, daß die in Untersuchung 2 optimierten Einsatzmengen pro Periode die gleichen sind wie die optimalen deterministischen Einsatzmengen. Allerdings geben letztere die gleichen Gewinne wie die stochastisch optimierten Einsatzmengen pro Periode.

## 6 Diskussion

Wie bereits in der Einleitung angesprochen, dienen die hier vorgestellten Untersuchungen dem Ziel, eine Methode zur Dimensionierung und Strukturierung der Approximation der stochastischen Eingangsgrößen mittels Szenariobäume für einen speziellen Optimierungsaufgabentyp (Swing Optionen) zu definieren. Die in Kapitel 5 dargestellten Resultate legen folgendes Vorgehen zur stochastischen Optimierung von Vertragsbewertungen des Swing-Optionstyps nahe.

---

<sup>5</sup> Dies liegt daran, daß allgemein beobachtet werden kann, daß große Einsatzmengen in verschiedenen Situationen innerhalb der Szenarien verschoben werden, ohne in großen Veränderungen des Gewinnes sich auszudrücken.

1. bestimme die Gewinnober- und -untergrenzen des optimierten Einsatzes, die einerseits die stochastische Optimierung ermittelt durch Optimierung des Szenariobüschels (fast perfekte Information: obere Grenze), und andererseits die deterministische Optimierung auf dem mittleren Preisszenario (untere Grenze);
2. bestimme die Einsatzmengen der optimalen deterministischen Lösung für die Perioden verschiedener Länge innerhalb der Optionsdauer;
3. bestimme, wie sich innerhalb dieser Grenzen die Einschränkungen der Einsatzmengen der einzelnen Szenarien auf die Werte der in Schritt 2 gefundenen optimalen deterministischen Einsatzmengen für verschiedene Perioden innerhalb der Optionsdauer auf den Gewinn auswirken;
4. wähle für eine gewünschte Approximationsgüte auf Basis der Resultate von Schritt 3 eine Periodenlänge aus, und definiere ein reduziertes Optimierungsproblem auf der gewählten Periodenlänge:
  - a. um eine kurzfristige Einsatzstrategie auf der bestimmten Periodenlänge für die Swing-Option zu berechnen, definiere das Optimierungsproblem für die erste Periode, mit der in Schritt 2 berechneten Einsatzmenge für die erste Periode. Diese Menge wird in hinreichendem Maß die langfristige Einsatzstrategie, die über die erste Periode hinausgeht, berücksichtigen, wie die Untersuchung 3 gezeigt hat. Auf diesem reduzierten Zeithorizont kann ein Szenariobaum nun auf einer kürzeren Zeitskala mit deutlich geringerer Komplexität des Optimierungsproblems generiert und benutzt werden, z.B. mit den Methoden aus [2]. Siehe Abbildung 6.1a zur Illustration des Verfahrens.
  - b. um eine Gesamtbewertung des Vertrages zu berechnen, kann das Optimierungsproblem in unabhängige Teilprobleme zerlegt werden, eines für jede Periode. Dabei wird für jede Periode ein Szenariobaum erzeugt, beginnend jeweils mit dem Startknoten des (über das Szenariobüschel gemittelten) mittleren Strompreises zu Periodenbeginn, und mit der zusätzlichen Nebenbedingung des in Schritt 2 berechneten Einsatzes der jeweiligen Periode. Auch hier können auf diesen reduzierten Zeithorizonten Szenariobäume auf einer kürzeren Zeitskala mit deutlich geringerer Komplexität des Optimierungsproblems generiert und benutzt werden, z.B. mit den Methoden aus [2]. Siehe Abbildung 6.2a zur Illustration des Verfahrens.

Durch die zusätzlichen Nebenbedingungen der zuvor berechneten optimalen Einsatzmengen der jeweiligen Perioden können unabhängige Einzelprobleme definiert werden. Dies wird begründet durch die Tatsache, daß zu Beginn einer neuen Periode die Gesamteinsatzmengen der bisherigen jeweiligen Szenarien durch die Nebenbedingungen alle gleich sind, und man also wieder, was die Nebenbedingung der zukünftigen Gesamtvertrageinsatzmenge betrifft, bei einer gemeinsamen Wurzel beginnen kann.

Wieso kann man aber auch für die Preisverläufe wieder bei einer gemeinsamen Wurzel beginnen? Auch hier kann man die Resultate aus Tabelle 5.2 so interpretieren, daß, wenn es nicht so wäre, der Horizont der optimierenden Einsatzvariabilität auf den verschiedenen Szenarien sich nicht auf einzelne Perioden beschränken ließe ohne größere Gewinneinbußen. Daß man als Anfangsknotenwert bei jeder Periode den Mittelwert der Werte des Szenariobüschels nehmen kann, ist gerechtfertigt, da dieser, zum Zeitpunkt  $t = 0$ , den besten Schätzer für den Erwartungswert des Strompreises zu Periodenbeginn darstellt.

Es bleibt die Frage zu beantworten, inwiefern die Schritte 1-4 einfacher sind (Rechenaufwand) als die Optimierung mit einem vollen Szenariobaum auf der ganzen Vertragsperiode. Daß Schritt 4a und b eine wesentliche Komplexitätsreduktion darstellt

gegenüber einem durchgehenden Baum, ist offensichtlich, da für  $T_V \rightarrow \infty$  die Komplexität linear wächst, der Aufwand bei durchgehendem Baum jedoch exponentiell. Die Komplexität der Schritte 1-3 hingegen ist ebenfalls linear in  $T_V$ , da man auf den Szenarien unabhängig optimieren kann. Dies erlaubt zudem eine Parallelisierung der Berechnung.

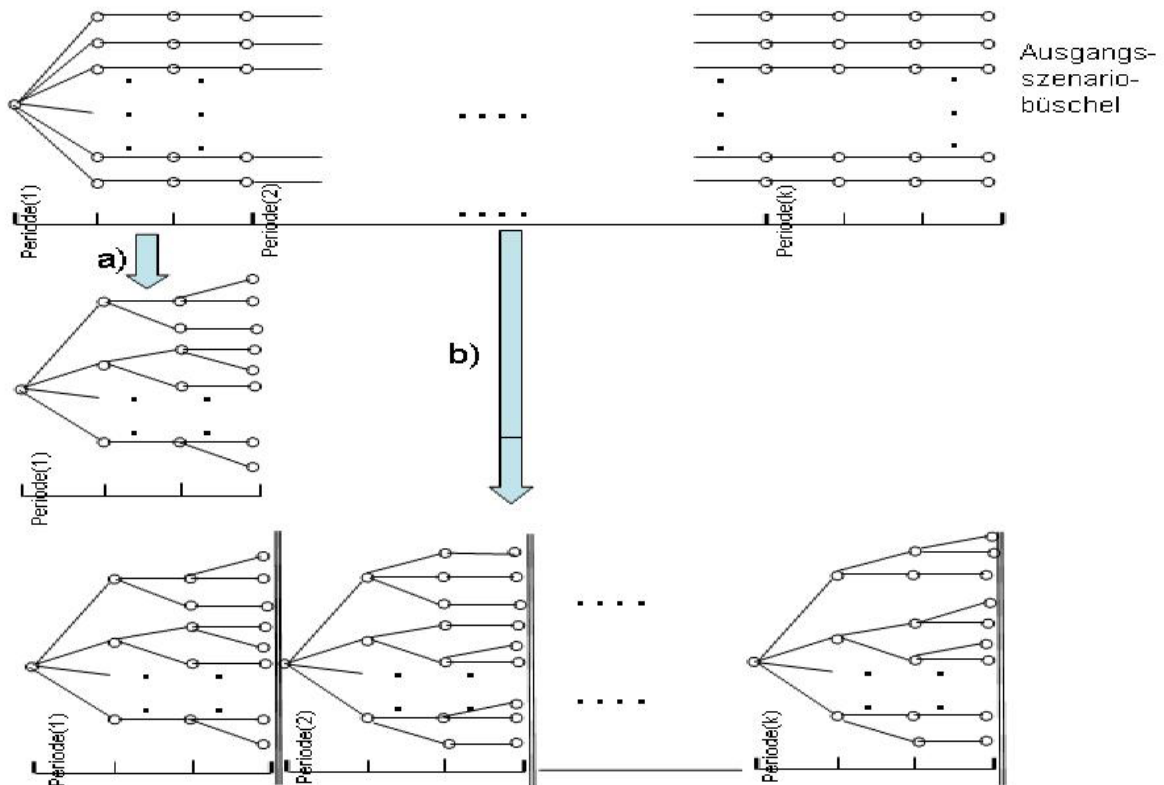


Abbildung 6.1: Schritt 3 a) und b) – die reduzierten Optimierungsprobleme auf den Strompreisszenariobäumen

## 7 Zusammenfassung

Es wurde für einen speziellen Typ von Optimierungsproblem aus der Stromwirtschaft (Swing Option) untersucht, wie für die Eingangsvariable „Strompreis“ jeweils in deterministischer und in stochastischer Modellierung der Gewinn bei optimalem Einsatz aussieht. Dabei wurde für die stochastische Modellierung ein auf den historischen Daten der EEX geschätztes Modell zur Simulation von Preisszenarien vorgestellt. Die Spanne zwischen den optimierten Gewinnen für die deterministischen und die stochastischen Preise definiert das Intervall, in dem der Gewinn, berechnet durch eine stochastische Optimierung auf einem Szenariobaum, liegen wird. Dieses Intervall wurde vertragsvolumenabhängig definiert, wobei diese Abhängigkeit in einem breiten Volumenbereich als gering erkannt werden konnte.

Durch anschließende Einführung von Nebenbedingungen, die die Einsatzmenge auf Perioden einer festgelegten Länge für alle Szenarien als jeweils gleich fordern, und zwar als der Wert des Einsatzes der entsprechenden Periode in der deterministischen Optimierung, konnte bestimmt werden, daß ohne großen Gewinnverlust die Periode als deutlich kleiner als die des Vertrages (dort war es ein Quartal) gewählt werden kann. Diese Erkenntnis führte schließlich zu einer hier vorgeschlagenen Methode, das Optimierungsproblem auf dem gesamten

Vertragszeitraum zu zerlegen in unabhängige Teilprobleme auf den einzelnen Perioden, mit zusätzlichen Nebenbedingungen auf der Einsatzmenge auf der jeweiligen Periode, die sie auf die zuvor errechneten optimalen Werte festlegt. Dadurch kann auf jeder der Perioden ein neuer, unabhängiger Szenariobaum aus dem simulierten Szenariobüschel durch Reduktionsverfahren erzeugt werden.

### **Literatur:**

[1] Jens Güssow (2001): *Power Systems Operation and Trading in competitive Energy Market*,. Dissertation, Institute for Operations Research, Universität St. Gallen

[2] H. Heitsch and W. Römisch: *Scenario tree modelling for multistage stochastic programs*, Preprint 296, DFG Research Center Matheon "Mathematics for key technologies", 2005

[3] N. Gröwe-Kuska, N., M. Lucht, W. Römisch, G. Spangardt, I. Wegener: *Mittelfristige risikoorientierte Optimierung von Strombezugportfolios kleiner Marktteilnehmer*, VDI-Bericht 1792, VDI-Verlag (2003)

[4] Hagen Schmoeller: *Modellierung von Unsicherheiten bei der mittelfristigen Stromerzeugungs- und Handelplanung*, Dissertation IAEW RWTH Aachen, Aachener Beiträge zur Energieversorgung, Bd. 103, Aachen 2005

[5] Lea Blöchliger, Karl Frauendorfer, Gido Haarbruecker: *Vertragsbewertung in der Stromwirtschaft unter Anwendung der stochastischen Optimierung*, Working Paper ior/ch HSG 06-04-01. St. Gallen 2006

[6] Patrick Jaillet, Ehud I. Ronn, Stathis Tompaidis: *Valuation of Commodity-Based Swing Options*, Management Science Volume 50 , Issue 7, Juli 2004

[7] John R. Birge and Francois Louveaux: *Introduction to Stochastic Programming*, Springer Series in Operations Research, New York 1997

## **Weitere Arbeiten**

### **Forschungszentrum Prozess- und Produkt-Engineering**

#### **ANWENDUNGEN**

Kurzfristige Prognose des Stromverbrauchs in Vorarlberg auf Stunden- und Viertelstundenbasis  
Thomas Steinberger, 2004

Weiterbildungs- und Qualifizierungsbedarf kleinerer und mittlerer Unternehmen in Vorarlberg bezüglich  
Prozess- und Projektmanagement, Führung, Strategie und Innovationsmanagement  
Markus Reichart, Julia Schneider, Isabella Gratzner, 2004

Netzwerke für Innovationen  
Martin Meusburger, Markus Reichart, Karin Feurstein, 2005

Neue Technologien im Produktinnovationsprozess  
Julia Schneider, Markus Reichart, 2005

Bezug von externen Leistungen in der Produktentwicklung Aktueller Stand - Trends - Verbesserungspotenziale  
Julia Schneider, 2005

project orientation [vorarlberg]  
Martin Meusburger, Markus Reichart, Bratislav Veljovic, 2005

project orientation [vorarlberg II]  
Martin Meusburger, Markus Reichart, Stefan Fink, 2006

Adverse Inter-Risk Diversification Effects for FX Forwards<sup>1</sup>  
Thomas Breuer, Martin Jandacka, 2007

Optimierung eines Vertrages zum variablen Strombezug  
Hans Vollbrecht, 2007

#### **METHODEN**

Identifying Worst Case Scenarios of Security Portfolios with Quasi-Random Search Algorithms  
Thomas Breuer, Filip Pistovcak, 2004

A General Noise Model and Its Effects on Evolution Strategy Performance  
Hans-Georg Beyer, Dirk V. Arnold, 2004

Using Quasi-Monte Carlo Scenarios in Risk Management  
Thomas Breuer, Filip Pistovcak, 2004

An Explicit Characterization of Calogero-Systems  
Fritz Gesztesy, Karl Unterkofler, Rudi Weikard, 2004

Reliability of old and new Ventricular Fibrillation Detection Algorithms for Automated External Defibrillators  
Anton Amann, Robert Tratnig, Karl Unterkofler, 2005

Towards an Integrated Measurement of Credit and Market Risk  
Thomas Breuer, Martin Jandacka, Gerald Krenn, 2005

Umgang mit Szenarien  
Falko E. P. Wilms, 2005

Umgang mit unscharfen Informationen  
Falko E. P. Wilms, 2005

A new ventricular fibrillation detection algorithm for automated external defibrillators  
Anton Amann, Robert Tratnig, Karl Unterkofler, 2005

Removal of Resuscitation Artefacts from Ventricular Fibrillation ECG Signals Using Kalman Methods  
Anton Amann, M. Baubin, Klaus Rheinberger, Karl Unterkofler, 2005

Detecting ventricular fibrillation by time-delay methods  
Anton Amann, Robert Tratnig, Karl Unterkofler, 2005

Der Einsatz vagen Wissens bei Entscheidungsprozessen  
Thomas Breuer, Hans Vollbrecht, Andreas Juen, 2005

Szenarien sind Systeme  
Falko E. P. Wilms, 2006

Portfolio Selection with Transaction Costs under Expected Shortfall Constraints  
Thomas Breuer, Martin Jandacka, 2006

Fachhochschule Vorarlberg  
Forschungszentrum  
Prozess- und Produkt-Engineering  
Hochschulstraße 1  
A-6850 Dornbirn

T +43 (0)5572 792 7100  
F +43 (0)5572 792 9510

[www.fhv.at/res/ppe](http://www.fhv.at/res/ppe)

Fachhochschule Vorarlberg  
Forschungszentrum  
Prozess- und Produkt-Engineering